

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 Элементы высшей математики

программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.07 Информационные системы и программирование

Форма обучения очная

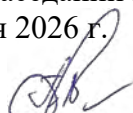
Находка 2026

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования программы подготовки специалистов среднего звена 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденной приказом Министерства образования и науки РФ от 09.12.2016 № 1547.

Разработчик: Е. Н. Яшкова, преподаватель 1 категории

Рассмотрено и одобрено на заседании цикловой методической комиссии
Протокол № 10 от «29» июня 2026 г.

Председатель ЦМК


подпись

Плахотина В.В.

СОДЕРЖАНИЕ

1	ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
2	СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	6
3	УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	14
4	КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	17

1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Учебная дисциплина ЕН.01 Элементы высшей математики является частью математического и общего естественнонаучного цикла основной образовательной программы (далее ООП) в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

1.2 Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

По итогам освоения дисциплины, обучающиеся должны продемонстрировать результаты обучения, соотнесённые с результатами освоения ООП СПО, приведенные в таблице.

Код компетенции	Умения	Знания
ОК 01 ОК 02 ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4 ПК 1.5 ПК 1.6 ПК 2.1 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.4 ПК 4.2	умение решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности быстрота и точность поиска, оптимальность и научность необходимой информации, а также обоснованность выбора применения современных технологий её обработки организовывать самостоятельную работу при освоении профессиональных компетенций; стремиться к самообразованию и повышению профессионального уровня умело и эффективно работать в коллективе, соблюдать профессиональную этику умение рационально и корректно использовать информационные ресурсы в профессиональной и учебной деятельности умело и эффективно работать в коллективе, соблюдать профессиональную этику быстрота и точность поиска, оптимальность и научность необходимой информации, а также обоснованность выбора применения современных технологий её обработки рациональное и корректное использование ресурсов, документов в профессиональной и учебной деятельности	знание основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности знание основных понятий и методов теории комплексных чисел, линейной алгебры, математического анализа значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ знание математических понятий и определений, способов доказательства математическими методами знание математического анализа информации, представленной различными способами, а также методов построения графиков различных процессов знание математических понятий и определений, способов доказательства математическими методами знание основных понятий и методов теории комплексных чисел, линейной алгебры, математического анализа знание основ математической логики, анализа информации, представленной различными способами, а также методов обработки различных реальных явлений и процессов

вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы, находить производную композиции нескольких функций, вычислять производные, применяя правилам дифференцирования; вычислять приближенные значения функций с помощью дифференциала; применять дифференциальное исчисление при решении прикладных задач профессионального цикла; вычислять неопределенные и определенные интегралы с помощью справочного материала; вычислять в простейших случаях площади плоских фигур, длину дуги кривой и объем тела с использованием определенного интеграла; решать простейшие задачи аналитической геометрии; решать простейшие комбинаторные задачи; решать практические задачи с применением вероятностных методов; оперировать с основными понятиями математической статистики, вычислять числовые характеристики случайной величины; решать практические задачи по теории множеств; решать практические задачи с помощью теории графов	•значения математики в профессиональной деятельности; •основных понятий и методов дифференциального исчисления: определение производной, таблицу производной, правила дифференцирования, определение дифференциала, использование его при решении прикладных задач; •основных понятий и методов интегрального исчисления: определения, свойства и методы решения определенных и неопределенных интегралов; •уравнения прямой, окружности, эллипса, параболы, гиперболы; •основных понятий комбинаторики: факториал, размещение, сочетание, перестановка; •основных понятий: событие, частота и вероятность появления события, полная вероятность, теорема сложения и умножения вероятностей, способы задания случайной величины; определения непрерывной и дискретной случайной величины; •определение математического ожидания, дисперсии дискретной случайной величины; среднее квадратичное отклонение случайной величины; •формула бинома Ньютона; понятий множества, отношения; операции над множествами и их свойства; •понятий графов и их элементов; виды графов и операции над ними
--	---

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Обязательная учебная нагрузка	146
в том числе:	
теоретическое обучение	34
практические занятия	32
Самостоятельная работа обучающегося	72
Консультации	2
Промежуточная аттестация	6
Итоговая аттестация в форме	<i>экзамена</i>

2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект)		Объем часов	Коды ОК, ПК, уровень освоения
1	2		3	4
Раздел 1 Линейная алгебра			26	ОК 01
Тема 1.1. Матрицы и определители	Содержание учебного материала		2	ОК 02
	1	Понятие матрицы. Виды матриц. Выполнение операций над матрицами. Определители матриц. Свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.		ПК 1.1
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.2
	Практические занятия		2	ПК 1.3
	1	Вычисление определителей второго, третьего порядка по теореме Лапласа. Определитель четвёртого порядка. Вычисление.		ПК 1.4
	2	Выполнение операций над матрицами.		ПК 1.5
	3	Обратная матрица. Ранг матрицы. Вычисление обратной матрицы		ПК 1.6
	4	Решение матричных уравнений		ПК 2.1
	Контрольные работы		не предусмотрены	ПК 2.2
	Самостоятельная работа обучающихся. Работа с учебной и справочной литературой. Работа с конспектами лекций.		4	ПК 2.3
Тема 1.2 Системы линейных уравнений	Содержание учебного материала		2	ПК 3.4
	1	Основные понятия и определения системы линейных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы уравнений. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса.		ПК 4.2
	Лабораторные работы		не предусмотрены	
	Практические занятия		2	
	1	Решение систем линейных уравнений методом Крамера.		

	2	Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.		
	3	Система m линейных уравнений с n переменными. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.		
	Контрольные работы		не предусмотрены	ОК 01
	Самостоятельная работа обучающихся. Работа с конспектами лекций. Выполнение индивидуального задания по решению задач		4	ОК 02 ПК 1.1
Тема 1.3 Моделирование и решение задач линейного программирования	Содержание учебного материала		2	ПК 1.2
	Математические модели. Задачи на практическое применение математических моделей.			ПК 1.3
	Общая задача линейного программирования. Матричная форма записи.			ПК 1.4
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.5
	Практические занятия Графический метод решения задачи линейного программирования		2	ПК 1.6
	Контрольные работы			ПК 2.1
	Самостоятельная работа обучающихся. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	ПК 2.2
			ПК 2.3	
			ПК 3.4	
			ПК 4.2	
Раздел 2. Математический анализ				
Тема 2.1. Функция. Предел функции. Непрерывность функции.	Содержание учебного материала Аргумент и функция. Область определения и область значений функции. Способы задания, функции: табличный, графический, аналитический, словесный. Свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции на бесконечности и в точке. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точки разрыва первого и второго рода.		2	ОК 01-02 ПК 1.1-1.6
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 2.1
	Практические занятия		2	ПК 2.2
				ПК 2.3
				ПК 3.4
				ПК 4.2

	1	Исследование и построения графиков функций с применением математического анализа. Определение точек разрыва.		
	2	Вычисление предела функции в точке и на бесконечности с применением свойств.		
	3	Вычисление предела с применением замечательных пределов.		
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа обучающихся. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	
Раздел 3. Дифференциальное исчисление			16	ОК 01
Тема 3.1. Производная функции.	Содержание учебного материала Физический и геометрический смысл производной. Правила и формулы дифференцирования. Приложение производной в профессиональной деятельности.		2	ОК 02
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.1
	Практические занятия		2	ПК 1.2
	1	Применение производной к приближённым вычислениям		ПК 1.3
	2	Геометрический и физический смысл производной при решении практических задач		ПК 1.4
	Контрольные работы		не предусмотрены	ПК 1.5
	Самостоятельная работа обучающихся. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	ПК 1.6
				ПК 2.1
Тема 3.2. Приложение производной к решению задач.	Содержание учебного материала		2	ПК 2.2
	1	Исследование функции с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функций. Асимптоты		ПК 2.3
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 3.4
	Практические занятия		2	ПК 4.2
	1. Решение прикладных задач. Определение точек экстремумов, точек перегиба и асимптот.			

	2. Решение неравенств методом интервалов. Приложение.			
	3. Задачи на экстремумы при решении профессиональных вопросов землеустройства			
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	
Раздел 4 Интегральное исчисление			24	ОК 01
Тема 4.1. Неопределенный интеграл.	Содержание учебного материала		2	ОК 02
	1	Неопределенный интеграл; понятие первообразной данной функции; определение неопределенного интеграла; свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций. Приёмы вычисления неопределённых интегралов.		ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.5
	Практические занятия		2	ПК 1.6
	1	Вычисление неопределённых интегралов: непосредственное интегрирование, метод разложения, метод замены переменной		ПК 2.1 ПК 2.2
	2	Интегрирование по частям в неопределённом интеграле	ПК 2.3	
	Контрольные работы		не предусмотрены	ПК 3.4
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	ПК 4.2
Тема 4.2. Определенный интеграл.	Содержание учебного материала		2	ОК 01-02
	1	Определенный интеграл как площадь криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.		ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.4
	Практические занятия		2	ПК 1.5
	1	Вычисление определенных интегралов.		ПК 1.6
2	Вычисление площади плоских фигур по формуле Ньютона-Лейбница.	ПК 2.1-2.3		
3	Применение определённого интеграла при вычислении объёма тела вращения, пройденного пути и длины дуги	ПК 3.4		
			ПК 4.2	

	4	Приближённое вычисление определённого интеграла методом прямоугольника, трапеции и парабол.		
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.		4	
Тема 4.3. Числовые ряды.	Содержание учебного материала Числовые ряды. Знакопеременные числовые ряды. Степенные ряды. Признаки сходимости ряда.		2	ОК 01-02 ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4 ПК 1.5 ПК 1.6 ПК 2.1 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.4 ПК 4.2
	Лабораторные работы		не предусмотрены	
	Практические занятия Определение сходимости знакопеременных рядов. Область сходимости ряда.		2	
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа Домашняя работа по теме «Разложение функций в степенной ряд»		4	
Раздел 5. Дифференциальные уравнения.			10	
Тема 5.1 Обыкновенные дифференциальн ые уравнения	Содержание учебного материала			ОК 01 ОК 02 ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4 ПК 1.5 ПК 1.6 ПК 2.1 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.4 ПК 4.2
	1	Определение дифференциального уравнения. Задача Коши. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными	2	
	2	Однородные обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.		
	3	Дифференциальные уравнения второго порядка с разделяющимися переменными.		
	Лабораторные работы		не предусмотрены	
	Практические занятия		2	
	1	Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными		
	2	Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.		
	3	Решение дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными		

		коэффициентами.		
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений. Неоднородные ДУ первого порядка. Приемы решения.		6	
Раздел 6. Основы теории вероятностей и математической статистики			18	
Тема 6.1 Основы теории вероятностей	Содержание учебного материала		2	ОК 01 ОК 02 ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4 ПК 1.5 ПК 1.6 ПК 2.1 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.4 ПК 4.2
	1	Комбинаторика. Выборки		
	2	События и их классификация. Классическое и статистическое определения вероятности случайного события.		
	3	Сумма и произведение событий. Вероятность независимых событий		
	Лабораторные работы		не предусмотрены	
	Практические занятия		2	
	1	Вычисление вероятности случайного события (по определению)		
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений. Применение теории вероятностей в повседневной жизни		6	
Тема 6.2. Элементы математической статистики	Содержание учебного материала			
	Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная статистические совокупности. Выборочный метод. Вычисление числовых характеристик.		2	
	Лабораторные занятия		не предусмотрены	
	Практические занятия 1. Задания на определение сочетания, перестановки, распределения.		2	
	Контрольные работы		не предусмотрены	
	Самостоятельная работа		4	

	Математическая статистика и ее роль в различных сферах деятельности, «Модель Марковица»		
Раздел 7. Дискретная математика		10	ОК 01
Тема 7.1 Дискретная математика	Содержание учебного материала	2	ОК 02
	1 Предмет дискретной математики. Место и роль дискретной математики в системе математических наук и в решении задач, связанных с обеспечением информационной безопасности.		ПК 1.1
	Лабораторные работы	не предусмотрены	ПК 1.2
	Практические занятия	2	ПК 1.3
	1 Решение задач		ПК 1.4
	Контрольные работы	не предусмотрены	ПК 1.5
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений. Математическая статистика и ее роль в различных сферах деятельности	6	ПК 1.6
Раздел 8. Комплексные числа		10	ПК 2.1
Тема 8.1. Комплексные числа	Содержание учебного материала	2	ОК 01
	1 Определение комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами, записанными в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргументы комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.		ОК 02
	Лабораторные работы		ПК 1.1
	Практические занятия	2	ПК 1.2
	1 Выполнение действий с комплексными числами в алгебраической форме		ПК 1.3
	2 Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости		ПК 1.4
	3 Решение уравнений второй степени с отрицательным дискриминантом		ПК 1.5
	Контрольные работы	не предусмотрены	ПК 1.6
	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций,	6	ПК 2.1

	решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.			
Раздел 9. Векторы и действия с ними			10	
Тема 9.1. Вектор и действия с ними	Содержание учебного материала		2	ОК 01
	1. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства			ОК 02
	2. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов			ПК 1.1
	3. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов			ПК 1.2
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 1.3
	Практические занятия		2	ПК 1.4
	1. Выполнение действий с векторами, модуль вектора, угол между векторами			ПК 1.5
2. Изображение векторов на плоскости, вычисление площадей с применением скалярного произведения		ПК 1.6		
3. Векторное произведение векторов в профессиональной деятельности			ПК 2.1	
Контрольные работы		не предусмотрены	ПК 2.2	
Самостоятельная работа.		6	ПК 2.3	
Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.			ПК 3.4	
ПК 4.2				
Раздел 10. Аналитическая геометрия на плоскости			10	
Тема 10.1 Аналитическая геометрия на плоскости	Содержание учебного материала		2	ОК 01-02
	1	Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости		ПК 1.1-1.6
	Лабораторные работы		не предусмотрены	ПК 2.1
	Практические занятия		2	ПК 2.2
	1	Составление уравнений линий второго порядка. Решение задач		ПК 2.3
	2	Решение задач по теме: уравнение прямой; угол между прямыми; расстояния		ПК 3.4
	Контрольные работы		не предусмотрены	ПК 4.2

	Самостоятельная работа. Работа с учебной и справочной литературой, работа с конспектом лекций, решение упражнений по образцу, подготовка рефератов и сообщений.	6	
	Промежуточная аттестация дифференцированный зачет/экзамен	6	
	Консультация	2	
	Всего часов	146	

3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Материально–техническое обеспечение

Реализация программы учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета «Математика».

Кабинет Междисциплинарных дисциплин:

количество посадочных мест – 30 шт., стол для преподавателя 1 шт., стул для преподавателя 1 шт., ноутбук Acer ENTE69CX–2117 1шт., проектор Proxima XJ 1 шт., экран 1 шт., звуковые колонки Microlab 2.0 solo4c 1 шт., доска маркерная магнитная 1 шт., дидактические пособия.

ПО:

1. Windows 8.1 (профессиональная лицензия № 45829305, бессрочно);
2. MS Office 2010 pro (лицензия № 48958910, № 47774898, бессрочно);
3. FBreader (свободное);
4. WinDJwiev (свободное);
5. Google Chrome, (свободное)

3.2 Информационное обеспечение реализации программы

Для реализации программы учебного предмета библиотечный фонд ВВГУ укомплектован печатными и электронными изданиями.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Основная литература:

1. Седых И.Ю. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А.Ю. Шевелев. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 443 с. – (Профессиональное образование). – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469860>.
2. Кремер Н.Ш. Математика для колледжей: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман; под редакцией Н. Ш. Кремера. – 10–е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 346 с. – (Профессиональное образование). – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/44599>.
3. Шипачев В.С. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В.С. Шипачев; под редакцией А.Н.Тихонова. – 8–е изд., перераб. и доп.– Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 447 с.– (Профессиональное образование). – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/459024>.
4. Седых И.Ю. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А.Ю.Шевелев.– Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 443 с. – (Профессиональное образование). – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469860>.
5. Сизый С.В. Лекции по аналитической геометрии: учебное пособие / С. В. Сизый. – Москва : Физматлит, 2021. – 254 с. – Текст : электронный.– URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=687742>
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10–11 классы (базовый и углубленный уровни): учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 11–е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2026. – 465 с.: ил. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/2089825>

7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 класс. Базовый и углубленный уровни: учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – 11-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2026. – 290 с. ил. – (МГУ – школе). – ISBN 978-5-09-103606-0. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/2089980>

Дополнительная литература:

1. Дадаян, А. А. Геометрические построения на плоскости и в пространстве: задачи и решения: учебное пособие / А. А. Дадаян. – 2-е изд. – Москва: ФОРУМ: ИНФРАМ, 2020. – 464 с.: ил. – (Профессиональное образование). – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082973>
2. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел: учебное пособие для СПО / Сикорская Г.А. – Саратов: Профобразование, 2020. – 303 с. – Текст: электронный. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/91847.html>
3. Павлюченко Ю.В. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан; под общей редакцией Ю. В. Павлюченко. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 238 с. – (Профессиональное образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/489875>.

Интернет – ресурсы:

1. www.newlibrary.ru – новая электронная библиотека;
2. www.edu.ru – федеральный портал российского образования;
3. <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к информационным ресурсам
4. www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы);
5. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

3. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
<i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i>	Уровень правильных ответов при письменном и устном контроле, четкость изложения материала. Быстрота ориентации в представляемом материале, быстрота реакции на вопросы. Правильность, полнота выполнения заданий, точность формулировок, точность расчетов, соответствие требованиям.	устный опрос, тестирование,
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.		выполнение индивидуальных заданий различной сложности
Основы дифференциального и интегрального исчисления.		оценка ответов в ходе эвристической беседы, тестирование
Основы теории комплексных чисел.		оценка ответов в ходе эвристической беседы, подготовка
<i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i>		устный опрос, тестирование,
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.		демонстрация умения выполнять операции над матрицами и решать системы <u>линейных уравнений в</u>
Определять предел последовательности, предел функции.		устный опрос, тестирование,
Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.		демонстрация умения решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка
Использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач.		устный опрос, тестирование,
Решать дифференциальные уравнения.		демонстрация умения применять методы дифференциального и интегрального исчисления при решении задач
Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.		

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
---------------------	-----------------	---------------

<i>Умения:</i> - находить производные; - решать системы линейных алгебраических уравнений; - анализировать графики функций; - вычислять неопределённые и определённые интегралы; - решать прикладные задачи на комплексные числа; - решать простейшие задачи теории вероятностей и математической статистики; <i>Знания:</i> - основные понятия и методы математического анализа; - основные понятия линейной алгебры; - основные численные методы решения прикладных задач; - основные понятия теории вероятностей и математической статистики; - понятие комплексного числа, формы записи комплексных чисел; - основы дифференциального исчисления; - основы интегрального исчисления; - основные понятия дискретной математики	*демонстрирует владение понятиями и методов математического анализа дискретной математики, *демонстрирует владение численными методами решения прикладных задач; *демонстрирует владение понятиями теории вероятностей и математической статистики; *решает задачи по темам курса	Тестирование Оценка решения прикладных задач Проектная работа Оценка решений прикладных задач на практических занятиях
ОК.01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	решать практические задачи по теории множеств; решать практически задачи с помощью теории графов; применять дифференциальное исчисление при решении прикладных задач профессионального цикла; оперировать с основными понятиями математической статистики, вычислять числовые характеристики и случайной величины;	значение математики в профессиональной деятельности; понятия множества, отношения; операции над множествами и их свойства; правила дифференцирования, определение дифференциала, использование его при решении прикладных задач; определения непрерывной и дискретной величины; описание распределения математического ожидания, дисперсии

		искретной случайной величины; среднее квадратичное отклонение случайной величины;
ОК.02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.	выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; решать простейшие задачи аналитической геометрии; решать простейшие комбинаторные задачи; вычислять неопределенные и определенные интегралы с помощью справочного материала; вычислять в простейших случаях площади плоских фигур, длину дуги кривой и объем тела с использованием определенного интеграла; вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы, находить	порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности в том числе с использованием цифровых средств; уравнения прямой, окружности, эллипса, параболы, гиперболы; основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем комбинаторики: факториал, размещение, основные понятия: событие, частота и вероятность появления события, полная вероятность, теорема сложения и умножения вероятностей, способы задания случайной величины; основные понятия и методы дифференциального исчисления: определение производной, пр

	производную композиции нескольких функций, вычислять производные, применяя правилам дифференцирования; вычислять приближённое значение определённого интеграла разными способами;	таблицу производной; основные понятия и методы интегрального исчисления: определения, свойства и методы решения определенных и неопределённых интегралов;
--	---	--

Для оценки достижения запланированных результатов обучения по дисциплине разработаны контрольно–оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, которые прилагаются к рабочей программе дисциплины.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по
учебной дисциплине

ЕН.01 Элементы высшей математики

программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.07 Информационные системы и программирование

Форма обучения очная

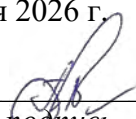
Находка 2026

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования программы подготовки специалистов среднего звена 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденной приказом Министерства образования и науки РФ от 09.12.2016 № 1547.

Разработчик: Е. Н. Яшкова, преподаватель 1 категории

Рассмотрено и одобрено на заседании цикловой методической комиссии
Протокол № 10 от «29» июня 2026 г.

Председатель ЦМК


подпись

Плахотина В.В.

1 Общие сведения

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики.

ФОС включают в себя контрольные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине, которая проводится в форме экзамена (с использованием оценочного средства – *устный опрос в форме ответов на вопросы билетов, устный опрос в форме собеседования, выполнение письменных заданий, тестирование и т.д.*)

2 Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие результаты освоения образовательной программы

Код ОК, ПК ¹	Код результата обучения ¹	Наименование результата обучения ¹
ОК 01 ОК 02 ПК 1.1 ПК 1.2 ПК 1.3 ПК 1.4 ПК 1.5 ПК 1.6 ПК 2.1 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.4 ПК 4.2	31	Знание основ математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры
	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления
	33	Знание основ теории вероятностей и математической статистики
	34	Знание основ дискретной математики
	35	Знание комплексных чисел
	36	Знание векторов и действия с ними
	37	Знание основ аналитической геометрии на плоскости
	У1	выполнять операции математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры
	У2	выполнять операции дифференциального и интегрального исчисления
	У3	выполнять операции теории вероятностей и математической статистики
	У4	выполнять операции дискретной математики
	У5	выполнять операции над комплексными числами
	У6	выполнять операции над векторами и действия с ними
	У7	выполнять операции аналитической геометрии на плоскости

¹ – в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины

3 Соответствие оценочных средств контролируемым результатам обучения

3.1 Средства, применяемые для оценки уровня теоретической подготовки

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в ФОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Раздел 1 Линейная алгебра				

Тема 1.1. Матрицы и определители	31	Знание основ математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 1</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 1.2 Системы линейных уравнений	31	Знание основ математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 2</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 1.3 Моделирование и решение задач линейного программирования	31	Знание основ математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 3</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 2. Математический анализ				
Тема 2.1. Функция. Предел функции. Непрерывность функции.	31	Знание основ математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 4</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 3. Дифференциальное исчисление				
Тема 3.1. Производная функции.	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 5</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 3.2. Приложение производной к решению задач.	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 6</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 4 Интегральное исчисление				
Тема 4.1. Неопределенный интеграл.	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 7</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 4.2. Определенный интеграл.	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 8</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 4.3. Числовые ряды.	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1</i> <i>Практическая работа 9</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵</i> <i>Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 5. Дифференциальные уравнения.				

Тема 5.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения	32	Знание основ дифференциального и интегрального исчисления	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 10</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 6. Основы теории вероятностей и математической статистики				
Тема 6.1 Основы теории вероятностей	33	Знание основ теории вероятностей и математической статистики	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 11</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Тема 6.2. Элементы математической статистики	33	Знание основ теории вероятностей и математической статистики	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 12</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 7. Дискретная математика				
Тема 7.1 Дискретная математика	34	Знание основ дискретной математики	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 13</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 8. Комплексные числа				
Тема 8.1. Комплексные числа	35	Знание комплексных чисел	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 14</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 9. Векторы и действия с ними				
Тема 9.1. Вектор и действия с ними	36	Знание векторов и действия с ними	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 15</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>
Раздел 10. Аналитическая геометрия на плоскости				
Тема 10.1 Аналитическая геометрия на плоскости	37	выполнять операции аналитической геометрии на плоскости	<i>Устный опрос п.5.1 Практическая работа 16</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Тестовое задание п.6.2</i>

² - для формулировки показателей использовать положения Таксономии Блума.

³ - Однотипные оценочные средства нумеруются, н-р: «Тест №2», «Контрольная работа №4».

⁴ - Примеры всех оценочных средств должны быть представлены в разделах 5,6.

⁵ - В скобках следует указать пункт разделов 5,6, в котором оно представлено.

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в КОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Раздел 1 Линейная алгебра				
Тема 1.1-1.3 Практическое задание № 1-3	У1	выполнять операции математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 2. Математический анализ				
Тема 2.1. Практическое задание № 4	У1	выполнять операции математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 3. Дифференциальное исчисление				
Тема 3.1. Практическое задание № 5-6	У2	выполнять операции дифференциального и интегрального исчисления	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 4 Интегральное исчисление				
Тема 4.1.-4.3 Практическое задание № 7-9	У2	выполнять операции дифференциального и интегрального исчисления	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 5. Дифференциальные уравнения				
Тема 5.1 Практическое задание № 10	У2	выполнять операции дифференциального и интегрального исчисления	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 6. Основы теории вероятностей и математической статистики				
Тема 6.1-6.2 Практическое задание № 11-12	У3	выполнять операции теории вероятностей и математической статистики	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 7. Дискретная математика				
Тема 7.1 Практическое задание № 13	У4	выполнять операции дискретной математики	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 8. Комплексные числа				
Тема 8.1 Практическое задание № 14	У5	выполнять операции над комплексными числами	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵
Раздел 9. Векторы и действия с ними				
Тема 9.1 Практическое задание № 15	У6	выполнять операции над векторами и действия с ними	Письменный отчет по практической работе	Вопросы на экзамен (п. 6.1) ⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2) ⁵

Раздел 10. Аналитическая геометрия на плоскости				
Тема 10.1 Практическое задание № 16	У7	выполнять операции аналитической геометрии на плоскости	<i>Письменный отчет по практической работе</i>	<i>Вопросы на экзамен (п. 6.1)⁵ Примеры тестовых заданий Вариант 1(п. 6.2)⁵</i>

3.2 Средства, применяемые для оценки уровня практической подготовки

4 Описание процедуры оценивания

Результаты обучения по дисциплине, уровень сформированности компетенций оцениваются по четырёх бальной шкале оценками: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» (по бальной системе. Максимальная сумма баллов по дисциплине равна 5 баллам.)

Текущая аттестация по дисциплине проводится с целью систематической проверки достижений обучающихся. Объектами оценивания являются: степень усвоения теоретических знаний, уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, качество выполнения самостоятельной работы, учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине).

При проведении промежуточной аттестации оценивается достижение студентом запланированных по дисциплине результатов обучения, обеспечивающих результаты освоения образовательной программы в целом. Оценка на зачете выставляется с учетом оценок, полученных при прохождении текущей аттестации.

Основные критерии оценки:

- конспектирование 0,5 баллов;
- активность на уроке 0,5 баллов;
- посещаемость занятий 0,5 баллов;
- выполнение индивидуальных домашних заданий 1 задание- 1 балл;
- выполнение самостоятельной работы 1 балл;
- лабораторная работа 3 балла;
- контрольная работа 1 задание -1 балл;
- участие в научно-исследовательской работе 15 баллов;
- дифференцированный зачет 20 баллов.

Критерии оценивания устного ответа

(оценочные средства: *собеседование, устное сообщение*)

5 баллов - ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

4 балла - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

3 балла – ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов,

недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

2 балла – ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

Критерии оценивания письменной работы

(оценочные средства: *реферат, конспект, контрольная работа, расчетно-графическая работа, доклад (сообщение), в том числе выполненный в форме презентации, творческое задание*).

5 баллов - студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Проблема раскрыта полностью, выводы обоснованы. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент владеет навыком самостоятельной работы по заданной теме; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

4 балла - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Проблема раскрыта. Не все выводы сделаны и/или обоснованы. Для аргументации приводятся данные отечественных и зарубежных авторов. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

3 балла – студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Проблема раскрыта не полностью. Выводы не сделаны и/или выводы не обоснованы. Проведен анализ проблемы без привлечения дополнительной литературы. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

2 балла - работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Проблема не раскрыта. Выводы отсутствуют. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

Критерии оценивания тестового задания

Оценка	<i>Отлично</i>	<i>Хорошо</i>	<i>Удовлетворительно</i>	<i>Неудовлетворительно</i>
Количество правильных ответов	91 % и ≥	от 81% до 90,9 %	не менее 70%	менее 70%

Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

(оценочные средства: *устный опрос в форме ответов на вопросы билетов, устный опрос в форме собеседования, выполнение письменных разноуровневых задач и заданий, комплексная расчетно-графическая работа, творческое задание, кейс-задача, портфолио, проект и т.п.*)

Оценка по промежуточной аттестации	Характеристика качества сформированности компетенций
------------------------------------	--

«зачтено» / «отлично»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на продвинутом уровне: обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
«зачтено» / «хорошо»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на базовом уровне: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
«зачтено» / «удовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на пороговом уровне: имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
«не зачтено» / «неудовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на уровне ниже порогового: выявляется полное или практически полное отсутствие знаний значительной части программного материала, студент допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, умения и навыки не сформированы.

5. Примеры оценочных средств для проведения текущей аттестации

5.1 Вопросы для собеседования (устного опроса):

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n -го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
25. Функции нескольких переменных. Частные производные.
26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.
29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.

33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Определение вероятности события. Теоремы сложения, умножения событий.
35. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайная величина.
Математическое ожидание. Среднее квадратичное отклонение.

5.2 Варианты практических работ

Практическое занятие 1

Текст задания

Вариант 1

1. Найти матрицу $C=A+3B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти матрицу $C=2A-B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x + 2x - x = 7, \\ 2x^1 + x^2 - 3x^3 = 5. \end{cases}$$

1 2 3

Вариант 3

$$1. \text{ Найти матрицу } C=3A+B, \text{ если } A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x + 4x - x = 7, \\ 2x^1 + x^2 + x^3 = 3. \end{cases}$$

1 2 3

Вариант 4

$$1. \text{ Найти матрицу } C=A-4B, \text{ если } A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x + 3x + x = 6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 = 4. \end{cases}$$

1 2 3

Вариант 5

$$1. \text{ Найти матрицу } C=4A-B, \text{ если } A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x + 7x^2 + x^3 = 10. \end{cases}$$

1 2 3

Вариант 6

$$1. \text{ Найти матрицу } C=A+2B, \text{ если } A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1^3 + 3x_2^2 - x_3^3 = 1. \end{cases}$$

Практическое занятие 2

Вариант 1

Даны векторы $a(9;-2;1)$ и $b(4;3;0)$ (для № 1-5).

5. Найти $a \cdot b$.
6. Найти $(\vec{a} \wedge b)$.
7. Найти a^2 .
8. Найти $|\vec{b}|$.
9. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + b$, $d = \vec{a} - b$, $f = -3\vec{a}$.
10. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $B(3; -4)$, $C(-3; 4)$. Определить расстояние между точками A и B , B и C , A и C .
11. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(2; \pi/2)$, $B(3; \pi/4)$, $C(3; 3\pi/4)$.
12. Даны точки в полярной системе координат $A(2; \pi/4)$, $B(4; \pi/2)$. Найти их прямоугольные координаты.

Вариант 2

Даны векторы $a(-3;2;1)$ и $b(3;0;4)$ (для № 1-5).

1. Найти $a \cdot b$.
2. Найти $(\vec{a} \wedge b)$.
3. Найти a^2 .
4. Найти $|\vec{b}|$.
5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + b$, $d = \vec{a} - b$, $f = -3\vec{a}$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $C(-3; 4)$, $D(-2; 2)$, $E(10; -3)$. Определить расстояние между точками C и D , A и D , D и E .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(4; 0)$, $B(2; 3\pi/2)$, $C(3; \pi)$.
8. Даны точки в прямоугольной системе координат $A(0; 5)$, $B(-3; 0)$, $C(\sqrt{3})$. Найти их полярные координаты.

Практическое занятие 3

Вариант 1:

1. Найти предел функции в точке:

а) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 - 121}{x - 11}$

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$
2. Найти предел функции на бесконечности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{2}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x - 5x}$
3. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x} \right)^x$

Вариант 2:

1. Найти предел функции в точке:

а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$

б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{x - 8}$
2. Найти предел функции на бесконечности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 6}{x + 5}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^3}{x^2 + x^4}$
3. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 3x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{4x} \right)^x$

Вариант 3:

1. Найти предел функции в точке:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$

б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$
2. Найти предел функции на бесконечности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 1 + 2x^2}{x - 4}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^4}{5}$
3. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 4x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{6x} \right)^x$

Вариант 4:

1. Найти предел функции в точке:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}$

б) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 49}{x + 7}$
2. Найти предел функции на бесконечности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{3}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 2x - 1}{2}$
3. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 3x \cdot \sin 4x$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{5x} \right)^x$

Практическое занятие 4

3.1.2. Текст задания

Вариант 1

Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 2

Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ на непрерывность в точке.

Вариант 3

Исследовать функцию $f(x) = x^2$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Практическое занятие 5

Вариант 1:

1. Вычислить производные следующих функций:

1) $y = (7x^2 - 5x + 9)^6$; 2) $y = \sqrt{5\sin x - 8\cos x}$; 3) $y = 2^{x^2 - 5x + 2}$;

4) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$; 5); $y = \arcsin x^2$ 6) $y = \arctg \sqrt{x}$;

2. Вычислить $f'(\sqrt{2})$, если $f(x) = \arcsin \frac{1}{x}$;

3. Вычислить $f'(2\sqrt{2})$, если $f(x) = \frac{9x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Вариант 2:

1. Вычислить производные следующих функций:

1) $y = (2x^3 - 4x + 5)^4$; 2) $y = \ln(2\cos x - 9\sin x)$; 3) $y = 7^{5\lg x + 3}$;

$$4) \quad y = \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} \quad 5) \quad y = (\arcsin x)^2; \quad 6) \quad y = \sqrt{\operatorname{arctg} x};$$

2. Вычислить $f'(\frac{1}{3})$, если $f(x) = \arccos \sqrt{x}$;

3. Найти $f'(\sqrt{3})$, если $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x^2+1}}$.

Вариант 3:

1. Вычислить производные следующих функций:

$$1) \quad y = (4x^3 + 2x^2 + 1)^5; \quad 2) \quad y = \cos(1-7x+4x^2); \quad 3) \quad y = 3^{6\sin x + \cos x};$$

$$4) \quad y = \ln \frac{x}{1+x}; \quad 5) \quad y = \arccos \sqrt{x}; \quad 6) \quad y = \operatorname{arcctg} x^3;$$

2. Вычислить $f'(\frac{\pi}{4})$, если $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg} x}$;

3. Найти $f'(\sqrt{3})$, если $f(x) = (x^2 - 2)\sqrt{x^2 + 1}$.

Вариант 4:

1. Вычислить производные следующих функций:

$$1) \quad y = (2+3x-8x^2)^7; \quad 2) \quad y = \ln \operatorname{ctg} x; \quad 3) \quad y = e^{6\arcsin x - 2}; \quad 4) \quad y = \sqrt{\frac{x}{7+x}}$$

$$5) \quad y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad 6) \quad y = 2\arcsin x^3;$$

2. Вычислить $f'(1)$, если $f(x) = \sqrt{\arccos x}$;

3. Найти $f'(\sqrt{2})$, если $f(x) = (x^2 + 3)\sqrt{x^2 - 1}$.

Практическое занятие 5

3.1.3. Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1°. $c' =$

8°. $(\operatorname{tg} x)' =$

2°. $(x^\alpha)' =$

9°. $(\operatorname{ctg} x)' =$

В частности, $x' =$
 $(x^2)' =$
 $(x^3)' =$
 $(\sqrt{x})' =$
 $\left(\frac{1}{-}\right)' =$

3°. $(kx + b)' =$

4°. $(a^x)' =$

В частности, $(e^x)' =$

5°. $(\log_a x)' =$

В частности, $(\ln x)' =$

$(\lg x)' =$

6°. $(\sin x)' =$

7°. $(\cos x)' =$

10°. $(\arcsin x)' =$

11°. $(\arccos x)' =$

12°. $(\operatorname{arctg} x)' =$

13°. $(\operatorname{arcctg} x)' =$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14°. $(u + v)' =$

15°. $(u - v)' =$

16°. $(uv)' =$

17°. $(cu)' =$

18°. $\left(\frac{u}{-}\right)' =$

В частности, $\left(\frac{1}{-}\right)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

19°. $f(\varphi(x))' =$

Практическое занятие 6

Вариант 1:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \sin x$ в точке $x = \frac{2\pi}{3}$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \sin 3x$ в точке $\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$.

3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = 2(x - 9)^2 + 12$, в которой касательная параллельна ОХ.

4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 5t + 1$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 5$ с.

Вариант 2:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \cos x$ в точке $x = \frac{3}{4}\pi$.
2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \cos 3x$ в точке $(\frac{\pi}{6}; 0)$.
3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = \frac{1}{2}(x-6)^2 - 12$, в которой касательная параллельна ОХ.
4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 4t - 5$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.

Вариант 3:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x = \frac{5}{4}\pi$.
2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \sin 2x$ в точке $(\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = \ln 3x - x$, в которой касательная параллельна ОХ.
4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 4t^2 + 3t + 2$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 3$ с.

Вариант 4:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \operatorname{ctg} x$ в точке $x = \frac{3}{4}\pi$.
2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \cos 2x$ в точке $(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = 6(x-1)^2 + 5$, в которой касательная параллельна ОХ.
4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 2t^2 + 8t + 10$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 1$ с.

Практическое занятие 7

Вариант 1:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

а) $\int (5x^4 - 7x + 3)dx$ б) $\int \frac{v^6 - v}{3v} dv$ в) $\int (5^x - 2x)dx$

$$\text{г) } \int \left(\sin x - \frac{6}{x} \right) dx \quad \text{д) } \int \left(\frac{5}{\cos^2 x} + \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

2. Методом подстановки вычислить:

$$\text{а) } \int (7+3x)^5 dx \quad \text{б) } \int 3 \sin 5x dx \quad \text{в) } \int \frac{5dx}{1+9x^2} \quad \text{г) } \int \sqrt{e^x-1} \cdot e^x dx \quad \text{д) } \int \frac{3dx}{1+2x}$$

Вариант 2:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int (4x^3 + 3x^2 - 2x - 8) dx & \text{б) } \int \frac{2v-3v^3}{dx^{5v}} dv \\ \text{г) } \int \left(\frac{3}{\cos x} + \frac{8}{x} \right) dx & \text{д) } \int \left(\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{2}{1+x^2} \right) dx \end{array} \quad \text{в) } \int (3^x + 3x^2) dx$$

2. Методом подстановки вычислить:

$$\text{а) } \int (5-4x)^6 dx \quad \text{б) } \int 7 \cos 6x dx \quad \text{в) } \int \frac{4dx}{3-4x} \quad \text{г) } \int \frac{7dx}{\sqrt{1-16x^2}} \quad \text{д) } \int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$$

Вариант 3:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int (2x^4 + 3x - 5) dx & \text{б) } \int \frac{4v+v^2}{v} dv \\ \text{г) } \int \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} - \sin^2 x \right) dx & \text{д) } \int \left(\frac{4}{x} - 9 \sin x \right) dx \end{array} \quad \text{в) } \int (x^2 - 2^x) dx$$

2. Методом подстановки вычислить:

$$\text{а) } \int (2-7x)^4 dx \quad \text{б) } \int 6 \cos 2x dx \quad \text{в) } \int \frac{5dx}{3-4x} \quad \text{г) } \int \frac{2dx}{1+16x^2} \quad \text{д) } \int e^x \cos(e^x) dx$$

Вариант 4:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int (5x^5 - 6x^3 + 1) dx & \text{б) } \int \frac{v-2v^3}{v^2 + 6 \cos x} dv \\ \text{г) } \int \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{\cos^2 x}{x} \right) dx & \text{д) } \int \left(\frac{1}{x} + 6 \cos x \right) dx \end{array} \quad \text{в) } \int (4^x - 3x + 5) dx$$

2. Методом подстановки вычислить:

$$\text{а) } \int (2x-9)^3 dx \quad \text{б) } \int 11 \sin 3x dx \quad \text{в) } \int \frac{9dx}{4x-5} \quad \text{г) } \int \frac{7dx}{\sqrt{1-36x^2}} \quad \text{д) } \int e^x \sin(e^x) dx$$

Практическое занятие 8

Записать табличные интегралы:

$$1^{\circ}. \quad \int 0 dx =$$

$$2^{\circ}. \quad \int x^{\alpha} dx =$$

$$\text{В частности, } \int dx =$$

$$3^{\circ}. \quad \int \frac{dx}{x} =$$

$$4^{\circ}. \quad \int a^x dx =$$

$$\text{В частности, } \int e^x dx =$$

$$5^{\circ}. \quad \int \cos x dx =$$

$$6^{\circ}. \quad \int \sin x dx =$$

$$7^{\circ}. \quad \int \frac{dx}{\cos^2 x} =$$

$$8^{\circ}. \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$9^{\circ}. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$$

$$\text{В частности, } \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$$

$$10^{\circ}. \quad \int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$$

$$\text{В частности, } \int \frac{dx}{1 + x^2} =$$

Практическое занятие 9

Вариант 1:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$1) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} \quad 2) \int_{-1}^1 3(1+z^2)dz$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$1) \int_{-2}^1 (5-2x) dx \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3-\cos x} dx \quad 3) \int_0^1 e^{x^2} x dx$$

Вариант 2:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} \quad 2) \int_{-1}^1 5(y^2 + 1)dy$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$1) \int_2^3 (2x-1)^2 dx \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2+\sin x} dx \quad 3) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3e^{x^3} x^2 dx$$

Вариант 3:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \quad 2) \int_0^1 4(x-x^3)dx$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$1) \int_4^5 (4-x)^3 dx \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x} \quad 3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3\sin x + 1\cos x} dx$$

Вариант 4:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$1) \int_{-1}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad 2) \int_{-2}^0 2(x^3 - x)dx$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$1) \int_{-1}^2 (x^2 - 1)^3 x dx \quad 2) \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{9}} \frac{dx}{\sin^2 3x} \quad 3) \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{1-\cos x} \sin x dx$$

Практическое занятие 10

Вариант 1:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \sin x$ в точке $x = \frac{2\pi}{3}$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \sin 3x$ в точке $(\frac{\pi}{3}; 0)$.

3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = 2(x - 9)^2 + 12$, в которой касательная параллельна ОХ.

4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 5t + 1$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 5$ с.

Вариант 2:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \cos x$ в точке $x = \frac{3}{4}\pi$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \cos 3x$ в точке $(\frac{\pi}{6}; 0)$.

3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = \frac{1}{2}(x - 6)^2 - 12$, в которой касательная параллельна ОХ.

4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 4t - 5$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$ с

Вариант 3:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x = \frac{5}{4}\pi$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \sin 2x$ в точке $(\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = \ln 3x - x$, в которой касательная параллельна ОХ.

4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 4t^2 + 3t + 2$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 3$ с.

Вариант 4:

1. Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \operatorname{ctg} x$ в точке $x = \frac{3}{4}\pi$.

2. Составить уравнение касательной к кривой $y = \cos 2x$ в точке $(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

3. Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = 6(x-1)^2 + 5$, в которой касательная параллельна ОХ.

4. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 2t^2 + 8t + 10$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 1$ с.

Практическое занятие 11

Вариант 1:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $(x+1)ydx = dy$;

б) $(y-1)^2 dx + (1-x)^3 dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частные решения дифференциальных уравнений):

а) $\begin{cases} x^2 dy = y^2 dx \\ y = 0,25 \text{ при } x = 0,1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3\sqrt{y} dx + (1-y^2) dy = 0 \\ y = 1 \text{ при } x = 0 \end{cases}$

Вариант 2:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $2x dx = 3y^2 dy$;

б) $x\sqrt{9-y^2} dx - y(4+x^2) dy = 0$

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

а) $\begin{cases} \frac{dy}{3x} - \frac{dx}{2y} = 0 \\ y = 5 \text{ при } x = 4 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y dx - (4+x^2) \ln y dy = 0 \\ y = 1 \text{ при } x = 2 \end{cases}$

Вариант 3:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений

а) $x^3 dy - y^3 dx = 0$;

б) $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} y' = \frac{y}{2\sqrt{x}} \\ y = e^2 \text{ при } x = 9 \end{cases} \\ \text{б) } & \begin{cases} y^2 dx = e^x dy \\ y = 1, \text{ если } x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Вариант 4:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $y' = x^2 y - x^2$;

б) $\sin^2 y \cdot \operatorname{ctg} x dx + \cos x \cdot \operatorname{tg} y dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} y' \sqrt{x} = 1 + y^2 \\ y = 0 \text{ при } x = 4 \end{cases} \\ \text{б) } & \begin{cases} ((1+x)y dx + (1-y)x dy = 0 \\ y = 1, \text{ если } x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Практическое занятие 12

Вариант 1:

3. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' = \frac{1}{x^2}$.

4. Решить задачу Коши: $\left\{ \begin{matrix} y'(\frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2}) \\ y(\frac{\pi}{2}) = 2 \end{matrix} \right\}$.

5. Ускорение тела, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $a(t) = 12t - 1$ (ускорение - м/с², время - сек). Начальное положение тела $x(0) = 0$ и начальная скорость $v(0) = 10$ м/с. Найти закон движения тела и путь, пройденный за 3 секунды;

6. Найти общее дифференциального уравнения: $y'' - 2y' + 5y = 0$.

5. Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' - 10y' + 16y = 0; \\ y = 4; y' = 26, \text{ при } x = 0. \end{cases}$

$$6. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' - 8y' + 20y = 0; \\ y = 2; y' = 8, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

Вариант 2:

$$1. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения: } y'' = x^2 + 1$$

$$2. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' = -3\cos x; \\ y(\pi) = 5\pi, y'(\pi) = 5. \end{cases}$$

3. Из семейства интегральных кривых уравнения $y' = 12x^2$ выделить ту, которая в точке (1;1) имеет касательную с угловым коэффициентом, равным 4;

$$4. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения: } y'' - 10y' + 9y = 0.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' - 4y' - 5y = 0; \\ y = 3, y' = -9, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

$$6. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' - 6y' + 25y = 0; \\ y = 2; y' = 10, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

Вариант 3:

$$1. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения: } y'' = \sin x + 1.$$

$$2. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \\ y(1) = \frac{2}{3}; y'(1) = 2. \end{cases}$$

3. Из семейства интегральных кривых уравнения $y' = 6(1-x)$ выделить ту, которая в точке (1; 5) имеет касательную с углом наклона к оси OX, равным $\frac{\pi}{4}$.

$$4. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения: } y'' - 7y' + 12y = 0.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' + 4y' - 32y = 0; \\ y = 8, y' = -4, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

$$6. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' + 8y' + 25y = 0; \\ y = 5; y' = 4, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

Вариант 4:

$$1. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения:}$$

$$y'' = 60x^2 - 4x + 2.$$

$$2. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' = x^3 + 3; \\ y(1) = -2,45; y'(1) = 2,25. \end{cases}$$

3. Ускорение тела, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $a(t) = 6t - 4$ (ускорение - м/с², время - сек). Найти закон движения тела и путь, пройденный за 5 секунд; если через 2 секунды после начала движения $v = 6 \text{ м/с}$, $s = 5 \text{ м}$;

$$4. \text{ Найти общее решение дифференциального уравнения: } y'' - 9y = 0.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' + 3y' - 10y = 0; \\ y = 2, y' = -3, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

$$6. \text{ Решить задачу Коши: } \begin{cases} y'' + 4y' + 20y = 0; \\ y = 3; y' = 2, \text{ при } x = 0. \end{cases}$$

Практическое занятие 13

Вариант 1:

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 + 1}; \quad б) a_n = \frac{2^n}{n!}.$$

2. Найти формулу общего члена ряда:

$$а) 2 + 4 + 8 + 16 + \dots; \quad б) \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots$$

3. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+4}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n}.$$

5. Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

$$а) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots; \quad б) 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots$$

Вариант 2:

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{2n+1}{n^2}; \quad б) a_n = \frac{n}{(n+1) \cdot 2^n}.$$

2. Найти формулу общего члена ряда:

$$а) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots; \quad б) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

3. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+1}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}.$$

5. Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

$$а) 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots; \quad б) 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$$

Вариант 3:

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{2n+1}{3^n}; \quad б) a_n = \frac{n!}{n+1}.$$

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n}{3n-1}; \quad б) 1 + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots$$

Вариант 4:

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{1}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}; \quad б) a_n = \frac{n}{2^n (n^2 + 1)}.$$

2. Найти формулу общего члена ряда:

а) $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots$;

б) $5 + 25 + 125 + \dots$

3. Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$.

5. Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n^2 + 2}$; б) $1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{4}{7} + \dots$

Практическое занятие 14

1. В коробке находятся $m+2$ синих, $n+3$ красных и $2n+1$ зеленых карандашей. Одновременно вынимают $m+3n+2$ карандашей. Найти вероятность того, что среди них будет $m+1$ синих и $n+1$ красных.

2. В первой урне находятся $m+2$ шаров белого и n шаров черного цвета, во второй — $m+n$ белого и m синего, в третьей — $n+3$ белого и $m+1$ красного цвета. Из первой и второй урны наудачу извлекают по одному шару и кладут в третью. После этого из третьей вынимают один шар. Найти вероятность того, что он окажется белым.

3. Вероятность попадания стрелка в мишень при одном выстреле равна $\frac{m+n}{m+n+2}$.

Производится $n+4$ выстрела. Найти вероятность того, что он промахнется не более двух раз.

4. Каждый избиратель независимо от остальных избирателей, отдаёт свой голос за кандидата А с вероятностью $0,1(m+n)$ и за кандидата В – с вероятностью $1-0,1(m+n)$. Оценить вероятность того, что в результате голосования на избирательном участке (5000 избирателей) один из

кандидатов опередит другого:

а) ровно на 1900 голосов

б) не менее чем на 1900 голосов

Таблица 1 (выбор параметра m)

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

Таблица 2 (выбор параметра n)

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	4	2	1	5	4	1	3	2

Практическое занятие 15

1. Случайная величина X равна числу появлений «герба» в серии из $n+3$ бросаний монеты. Найти закон распределения и функцию распределения $F(x)$ этой случайной величины; вычислить ее математическое ожидание MX и дисперсию DX ; построить график $F(x)$.
2. Закон распределения дискретной случайной величины X имеет вид:

x_i	-2	-1	0	m	$m+n$
p_i	0,2	0,1	0,2	p_4	p_5

Найти вероятности p_4, p_5 , и дисперсию DX , если математическое ожидание $MX = -0,5 + 0,5m + 0,1n$.

3. Плотность распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < x \leq m, \\ a \cdot (x - m) / n & \text{при } m < x < m + n, \\ 0 & \text{при } m + n \leq x < +\infty. \end{cases}$$

Найти:

- а) параметр a ;
- б) функцию распределения $F(x)$;
- в) вероятность попадания случайной величины X в интервал $\left(m + \frac{n}{2}, m + n + 1\right)$;
- г) математическое ожидание MX и дисперсию DX .

Построить график функций $f(x)$ и $F(x)$.

Таблица 1 (выбор параметра m)

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

Таблица 2 (выбор параметра n)

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	3	5	4	2	1	5	4	1	3	2

5.3 Варианты тестовых заданий

Вариант 1

Задания с выбором одного варианта ответа

Задание 1 Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

- 1) 30
- 2) 100
- 3) 120
- 4) 5

Задание 2 Найдите производную функции: $f(x) = 2x^2 - x + 1$

1) $4x-1$

2) $2x-1$

3) $2x^2+1$

4) $4x+1$

Задание 3. Бросают две монеты. Какова вероятность того, что выпадут один орел и одна решка?

1) $\frac{3}{2}$

2) 0,5

3) 0,125

4) $\frac{1}{3}$

Задание 4. Сумма $Z_1=5+2i$ $Z_2=6-i$ равна

1) $11-i$

2) $1+3i$

3) $7-5i$

4) $11+i$

Задание 5. Область определения функции $y = \ln(x + x^2)$ равна

1) $(-\infty; -1)$

2) $(0; +\infty)$

3) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

4) $(-1; 0)$

ЗАДАНИЕ НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ

Задание 6. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А) Достоверное событие. Б) Невозможное событие. В) Случайное событие.	1. Событие, которое никогда не может произойти в результате опыта. 2. Событие, которое всегда наступает в результате опыта. 3. Событие, которое может произойти или не произойти в результате опыта.
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам	

А	Б	В	

Задание 7. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А) Матрица. Б) Определитель. В) Первообразная для функции $f(x)$	1. Это таблица, составленная из чисел. 2. Это число, записанное в виде квадратной таблицы и вычисленное определенным образом. 3. Первообразная для функции $f(x)$ — это такая функция $F(x)$, производная которой равна $f(x)$. То есть выполняется равенство $F'(x) = f(x)$.						
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам							
<table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Б	В				
А	Б	В					

Задание 8. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Функция f(x):		Первообразная для функции f(x)	
А) sinx		1. 12x	
Б) cosx		2.-cosx	
В) 6x ²		3. 5	
Г) 5x		4.sinx	
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам			
А	Б	В	Г

ЗАДАНИЕ НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Задание 9. Укажите последовательность выполнения этапов для построения графика функции (с применением производной):

- 1) Найти производную;
- 2) Найти промежутки возрастания и убывания;
- 3) Найти область определения;
- 4) По результатам исследования составить таблицу;
- 5) Найти стационарные точки;
- 6) Построить график;
- 7) Найти точки экстремума;
- 8) Найти значения функции в точках экстремума.

Задание 10. Укажите последовательность выполнения этапов для решения логарифмических уравнений:

- 1) Записать ответ;
- 2) Выписать условия, при которых логарифмическое уравнение определено;
- 3) Найти корни алгебраического уравнения;
- 4) Перейти к алгебраическому уравнению;
- 5) Для найденных корней проверить выполнение условий пункта 1.

Задание 11. Алгоритм отыскания наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

- ☐ 1) Вычислить значения функции $y = f(x)$ в полученных точках и в точках a и b ; выбрать среди этих значений наименьшее (это и будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это и будет $y_{\text{наиб}}$)
- ☐ 2) Найти производную $f'(x)$
- 3) ☐ Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a; b]$

ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА

Задание 12. Вычислите производную функции $y = 5e^x - 9\sqrt[3]{x^4}$.

Задание 13. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

Задание 14. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

Ключи к примерам оценочных средств для проведения текущей аттестации

5.1 Вопросы для собеседования (устного опроса):

1. Ответ: Матрица - прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов. Элементы матрицы обозначаются буквами с индексами, например, a_{ij} обозначает элемент матрицы A , находящийся в i -й строке и j -м столбце. Над матрицами можно выполнять различные операции, которые включают сложение, вычитание, умножение и транспонирование.
2. Ответ: Правило треугольника - правило вычисления определителя третьего порядка. Определитель 1 порядка — это число, равное значению элемента матрицы. Например, если матрица состоит из одного элемента, то определитель первого порядка — это число, равное этому элементу. Определитель 2-го порядка — это число, равное разности произведений элементов главной и побочной диагоналей. Например, для матрицы 2×2 определитель второго порядка — это число, равное $a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$. Определитель 3-го порядка — это число, которое вычисляется по правилу треугольника.
3. Ответ: Определитель n -го порядка (детерминант) - число, которое получается из элементов

квадратной матрицы порядка n по определённому правилу. Теорема Лапласа (теорема разложения) — определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.

4. Ответ: Обратная матрица - матрица, при умножении на которую исходная матрица превращается в единичную. Если взять квадратную матрицу A и её обратную A^{-1} , то их произведение даёт единичную матрицу I : $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$. Алгоритм нахождения обратной матрицы зависит от размера матрицы
5. Ответ: Ранг матрицы - максимальное число её линейно независимых строк (столбцов), через которые линейно выражаются все остальные строки (столбцы). Метод вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований — способ, который позволяет упростить структуру матрицы, и тогда ранг полученной матрицы будет совпадать с рангом начальной матрицы.
6. Ответ: Для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) используют разные методы, среди которых метод обратной матрицы, формулы Крамера и метод Гаусса. Метод обратной матрицы. Суть метода - умножение обратной матрицы коэффициентов системы линейных уравнений на вектор свободных членов. Метод Крамера — способ решения систем линейных уравнений с использованием определителей.
7. Ответ: Вектор - направленный отрезок, который характеризуется величиной (длиной) и направлением. Векторы могут быть представлены как стрелки в двумерном или трёхмерном пространстве. Операции над векторами включают сложение, вычитание и умножение на число.
8. Ответ: Проекция вектора на ось - число, которое характеризует вклад вектора в направлении выбранной оси. Оно может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Свойства: Проекция суммы нескольких векторов на координатную ось равна алгебраической сумме их проекций на эту ось. При умножении вектора на число его проекция на ось также умножается на это число. Проекция вектора на любую координатную ось равна разности соответствующих координат его конца и начала.
9. Ответ: Декартова прямоугольная система координат и полярная система координат — два вида систем координат, которые отличаются способом задания положения точки на плоскости. Полярная система координат: включает точку отсчёта — полюс и луч, начинающийся в этой точке, — полярную ось. Любая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: радиальной и угловой.
10. Ответ: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов - разные операции, и имеют свои определения и свойства. Скалярное произведение двух ненулевых векторов - число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними. Векторное произведение двух векторов в трёхмерном евклидовом пространстве - вектор, перпендикулярный обоим исходным векторам. Смешанное произведение векторов a , b и c - число, равное скалярному произведению векторного произведения векторов a и b на вектор c .
11. Ответ: Предел функции в точке - значение, к которому стремится функция по мере приближения аргумента к некоторому значению. Теоремы: Предел постоянной равен самой постоянной. Предел суммы (разности) двух функций равен сумме (разности) их пределов, если последние существуют. Предел произведения двух функций равен произведению их пределов, если последние существуют.
12. Ответ: Предел функции при x , стремящемся к бесконечности, - значение, к которому

стремится функция, когда её аргумент приближается к бесконечности. Замечательные пределы: Первый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$. Читается: предел отношения синуса к его аргументу равен единице, когда аргумент стремится к нулю. Второй замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e$. Исторически эта формула появилась в результате решения конкретной задачи — о начислении сложных процентов, её и назвали вторым замечательным пределом. Число e — иррациональная математическая константа, значение которой приближённо равно 2,718281828....

13. Ответ: Непрерывность функции - свойство, при котором небольшие изменения аргумента приводят к небольшим изменениям значения функции. Интуитивно функция ведёт себя предсказуемо, без резких скачков, в каждой точке своей области определения. Точки разрыва — это точки, в которых функция не является непрерывной. Если условие, входящее в определение непрерывности, в некоторой точке нарушается, то говорят, что функция терпит в этой точке разрыв. Приращение аргумента — это разность между новым и первоначальным значением аргумента. Приращение функции — это разность между значением функции в новой точке и её значением в первоначальной точке. Функция непрерывна в точке x_0 , если она определена в этой точке, имеет конечный предел при $x \rightarrow x_0$ и этот предел равен значению функции в этой точке.
14. Ответ: Производная функции - понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Дифференциал функции — это линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной: если к графику функции в точке можно провести касательную, не параллельную оси y , то производная в этой точке выражает угловой коэффициент этой касательной. Механический (физический) смысл производной: если $s(t)$ — закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t .
15. Ответ: В таблице производных указаны формулы для производных разных элементарных функций. Сложная функция — это функция, которая зависит от другой функции, проще говоря, если одна функция «вложена» в другую. Производная сложной функции находится по специальному правилу — правилу цепочки.
16. Ответ: Схема исследования функции может включать поиск области определения, исследование множества значений, анализ чётности и нечётности, а также изучение экстремумов и промежутков монотонности. Ниже кратко рассматриваются эти темы. Область определения функции — это множество всех значений аргумента x , при которых функция имеет смысл. Обозначается как $D(y)$. Область значений функции (обозначается $E(f)$) — это множество всех возможных значений y , которые может принимать функция $y = f(x)$ при различных допустимых значениях аргумента x из области. Чётная функция — это функция, у которой значения при противоположных аргументах совпадают: подставляя $-x$, получаем тот же результат, что и при x . Нечётная функция — для противоположных аргументов значения равны по модулю и противоположны по знаку. Чтобы определить экстремумы (минимумы и максимумы) функции, сначала нужно найти критические точки, в которых производная равна нулю или не существует (и которые принадлежат области определения функции).
17. Ответ: Производные высших порядков — это производные порядка выше первого. Вторая производная (производная второго порядка) — это производная от первой производной. Физический смысл второй производной — ускорение точки при её прямолинейном и неравномерном движении. Исследование функции с помощью второй производной позволяет определить выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

18. Ответ: Первообразная - функция, производная которой равна исходной функции. Неопределённый интеграл - множество всех первообразных некоторой функции. Некоторые свойства неопределённого интеграла: Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции. Неопределённый интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла. Неопределённый интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от каждой функции в отдельности. Свойство инвариантности формулы интегрирования: если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то и $\int f(u)du = F(u) + C$, где $u = f(x)$ — произвольная функция, имеющая непрерывную производную.
19. Ответ: Неопределённый интеграл — это совокупность всех первообразных функции. Результатом вычисления является первообразная, то есть функция, производная от которой равна исходной функции. Некоторые примеры неопределённых интегралов: $\int 0 \cdot dx = C$; $\int 1 \cdot dx = x + C$; $\int x^n dx = x^{n+1} / (n+1) + C$ ($n \neq -1$); $\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C$; $\int \cos(x)dx = \sin(x) + C$.
20. Ответ: **Метод непосредственного интегрирования.** Суть: интеграл путём тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким интегралам элементарных функций. **Метод замены переменной (метод подстановки).** Суть: некоторое выражение заменяют новой переменной, превратив громоздкую конструкцию в простую табличную форму. **Метод интегрирования по частям.** Суть: подынтегральное выражение представляют в виде произведения двух функций — u и dv , где u и v — некоторые функции от x . Эти функции выбирают так, чтобы интеграл от dv был для вычисления проще, чем исходный.
21. Ответ: Определённый интеграл - предел интегральных сумм, если этот предел существует и не зависит от способа разбиения отрезка интегрирования на части и от выбора точек внутри каждого частичного отрезка разбиения. Функция, для которой на отрезке $[a, b]$ существует определённый интеграл, называется интегрируемой на этом отрезке. Интегральная сумма — это сумма произведений приращения переменной на значение функции в соответствующих точках. Геометрически эта сумма изображается ступенчатой фигурой, построенной из прямоугольников, и определяет площадь этой ступенчатой фигуры.
22. Ответ: определённый интеграл - число, которое выражает площадь соответствующей криволинейной трапеции. Свойства: Одинаковые пределы интегрирования дают ноль. Смена пределов интегрирования местами меняет знак результата на противоположный. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла. Интеграл суммы двух функций равен сумме двух отдельных интегралов. Аналогично это работает для разности. Отрезок интегрирования можно разбивать на меньшие части. Интеграл на отрезке от a до b равен сумме интегралов на отрезках от a до c и от c до b . Интеграл на отрезке нулевой длины равен нулю. Геометрический смысл: Определённый интеграл от функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$ и осью Ox на этом же отрезке
23. Ответ: Формула Ньютона-Лейбница — метод вычисления определённых интегралов, который устанавливает связь между определённым интегралом и первообразной функции. Записывается формула: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где: $F(x)$ — первообразная для функции $f(x)$; a — нижний предел интегрирования; b — верхний предел интегрирования.
24. Ответ: Геометрические: Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объёмов тел вращения. Вычисление объёма тела по площадям параллельных сечений. Физические приложения: Вычисление пройденного пути в момент времени $t = T$. Вычисление работы переменной силы $F = F(x)$. Вычисление статических

моментов материальной плоской фигуры в виде криволинейной трапеции относительно координатных осей. Вычисление массы неоднородного стержня с переменной линейной плотностью.

25. Ответ: Частная производная функции нескольких переменных по некоторой переменной - предел отношения частного приращения функции по этой переменной к приращению самой переменной, когда последнее стремится к нулю. Некоторые теоремы, связанные с частными производными функции нескольких переменных: Достаточное условие дифференцируемости. Если функция имеет частные производные по всем переменным в некоторой ε -окрестности точки P_0 и эти производные непрерывны в самой точке P_0 , то функция дифференцируема в этой точке. Теорема об инвариантности формы первого дифференциала. Форма первого дифференциала функции нескольких переменных не зависит от того, являются ли её аргументы независимыми переменными или дифференцируемыми функциями других переменных.
26. Ответ: Дифференциальное уравнение - уравнение, связывающее неизвестную функцию одной или нескольких переменных и одну или несколько её производных (обыкновенных или частных) конечного порядка. Независимые переменные и параметры могут входить в уравнение как аргументы и коэффициенты. Общее решение дифференциального уравнения — это множество всех частных решений уравнения. Частное решение дифференциального уравнения — это функция, которая получается из общего решения при определённом значении произвольной постоянной. Задача Коши для дифференциального уравнения — это задача нахождения решения уравнения, удовлетворяющего начальным условиям.
27. Ответ: Дифференциальные уравнения возникают в задачах, которые моделируют динамические процессы в разных областях: физике (Задача о движении лодки), химии (Задача о реакции ацетона с йодом), экономике (Модели спроса и предложения) и биологии (Задача о законе размножения бактерий). Это связано с тем, что многие законы, управляющие этими процессами, можно выразить в виде дифференциальных уравнений.
28. Ответ: Методы решения дифференциальных уравнений подразделяются на аналитические (Метод разделения переменных. Метод интегрирующего множителя. Метод интегрирования по частям. Метод замены переменной) и численные (приближённые) (Метод конечных разностей. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты).
29. Ответ: Числовой ряд — это выражение, полученное последовательным сложением членов числовой последовательности. Сходимость — если существует конечный предел последовательности частичных сумм ряда, расходимость — если предел не существует или равен бесконечности. Числовой ряд записывается как бесконечная сумма чисел: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$. Слагаемые a_1, a_2, a_3 и т. д. называются членами ряда, a_n — общим или n -м членом. Ряд задан, если известен общий член, выраженный как функция его номера n : $u_n = f(n)$. Необходимое условие сходимости — общий член ряда при возрастании своего номера стремится к нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Достаточный признак расходимости — если общий член ряда a_n не стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, то этот ряд расходится.
30. Ответ: Необходимый признак сходимости ряда: Если ряд сходится, то его общий член стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$, то есть $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Признак сравнения — утверждение об одновременности расходимости или сходимости двух рядов, основанное на сравнении членов этих рядов. Признак Даламбера - признак сходимости знакоположительных числовых рядов, установленный Жаном д'Аламбером в 1768 году. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_{n+1}/u_n) < 1$, то ряд

сходится.

31. Ответ: Знакопередающий ряд — это ряд, члены которого попеременно принимают значения противоположных знаков. Признак сходимости Лейбница — достаточный признак сходимости знакопередающихся рядов, установленный Готфридом Лейбницем. Понятие знакопередающегося ряда. Знакопередающий ряд можно записать так: $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots + (-1)^{n-1}u_n + \dots$, где все числа u_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) положительны. Знакопередающий ряд сходится, если: Последовательность абсолютных величин членов ряда монотонно убывает: $u_1 > u_2 > u_3 > \dots > u_n > \dots$. Общий член ряда стремится к нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
32. Ответ: Ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд, составленный из абсолютных величин его членов. Ряд называется условно сходящимся, если он сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов ряда, расходится.
33. Ответ: Функциональный ряд — это ряд, члены которого являются функциями от независимой переменной x . Степенной ряд — это функциональный ряд, членами которого являются степенные функции. Область сходимости степенного ряда — это интервал, в каждой точке которого ряд сходится абсолютно, а на интервалах $(-\infty, -R)$ и $(R, +\infty)$ расходится. Ряд Маклорена — это частный случай ряда Тейлора, только с центром в нуле
34. Ответ: Вероятность события — это число от 0 до 1, которое показывает, насколько возможно наступление события. Если вероятность равна 0, событие невозможно, если 1 — оно произойдет обязательно. Все значения между этими крайностями — случайные события. Существует два сценария для правила сложения: Для несовместных событий (не могут произойти одновременно) — вероятности просто складываются. Математически: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Для совместных событий (могут произойти одновременно) — необходимо учитывать вероятность их пересечения. Математически: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, где $P(A \cap B)$ представляет вероятность того, что оба события произойдут одновременно. Теорема умножения. Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло. Обозначается как $P(AB) = P(A) \times P(B|A)$.
35. Ответ: Случайная величина — это числовая величина, значение которой однозначно определяется исходом случайного эксперимента. Обозначается обычно латинскими буквами X, Y, Z и т. д. Дискретная — принимает конечное или счетное множество значений (например, число выпавших очков на игральном кубике). Непрерывная — принимает любое значение из некоторого числового промежутка (например, время ожидания автобуса на остановке). Математическое ожидание — это сумма произведений всех возможных значений случайной величины на соответствующие им вероятности. Среднее квадратичное отклонение — это квадратный корень из дисперсии.

5.2 Ключи тестовых заданий

- | | |
|---|---------------|
| 1 | 3 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 4 | 4 |
| 5 | 3 |
| 6 | A-2, B-1, B-3 |
| 7 | A-1, B-2, B-3 |

- 8 А-2, Б-4, В-1, Г-3
- 9 3, 1, 5, 2, 7, 8, 4, 6
- 10 2, 4, 3, 5, 1
- 11 2, 3, 1
- 12 $5e^x - 12\sqrt[3]{x}$
- 13 56
- 14 0,25

6. Примеры оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

6.1 Варианты зачетных вопросов:

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n-го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

25. Функции нескольких переменных. Частные производные.

26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.
29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.
33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Определение вероятности события. Теоремы сложения, умножения событий.
35. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайная величина. Математическое ожидание. Среднее квадратичное отклонение.

6.2 Расчетные задачи дифференцированного зачета

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$.
2. Вычислить пределы:
 а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x + 2x}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{3x^2 + x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 10x + 16}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$.
7. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x}{x-6}$ на непрерывность в точке $x_0 = 6$.
8. Вычислить значение производной следующих функций в точке $x_0 = 4$:
 а) $f(x) = 8x^2 - \ln x$; б) $f(x) = x^3 + 5x$.
9. Найти производную функции $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$.
10. Найти производную функции $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$.
11. Найти производную функции $y = e^{2x^5 - 8}$.
12. Найти производную функции $y = \ln \left(\frac{8x^4 - 3x^2 + 2}{4 - x^3 + x^2 - 2x} \right)$.
13. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x} dx$.
14. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$.
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int (6x + 11)^4 dx$.
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$.
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \cos(6x - 1) dx$.

18. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 (5x+1)dx$.
19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (x-5)xdx$.
20. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{9}{2}} \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$.
21. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 5t^2 + 4t + 2$ (м/с). Найти путь s , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
22. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, вокруг оси Ox .
23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.
24. Решить дифференциальное уравнение $y' - 9y' + 20y = 0$.
25. Решить задачу Коши: $y' = 6x^2 + 4x$, $y(1) = 9$.
26. Решить дифференциальное уравнение $y' = 11x$.

6.1 Ключи зачетных вопросов

35. Ответ: Матрица - прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов. Элементы матрицы обозначаются буквами с индексами, например, a_{ij} обозначает элемент матрицы A , находящийся в i -й строке и j -м столбце. Над матрицами можно выполнять различные операции, которые включают сложение, вычитание, умножение и транспонирование.
36. Ответ: Правило треугольника - правило вычисления определителя третьего порядка. Определитель 1 порядка — это число, равное значению элемента матрицы. Например, если матрица состоит из одного элемента, то определитель первого порядка — это число, равное этому элементу. Определитель 2-го порядка — это число, равное разности произведений элементов главной и побочной диагоналей. Например, для матрицы 2×2 определитель второго порядка — это число, равное $a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$. Определитель 3-го порядка — это число, которое вычисляется по правилу треугольника.
37. Ответ: Определитель n -го порядка (детерминант) - число, которое получается из элементов квадратной матрицы порядка n по определённому правилу. Теорема Лапласа (теорема разложения) — определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.
38. Ответ: Обратная матрица - матрица, при умножении на которую исходная матрица превращается в единичную. Если взять квадратную матрицу A и её обратную A^{-1} , то их произведение даёт единичную матрицу I : $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$. Алгоритм нахождения обратной матрицы зависит от размера матрицы
39. Ответ: Ранг матрицы - максимальное число её линейно независимых строк (столбцов), через которые линейно выражаются все остальные строки (столбцы). Метод вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований — способ, который позволяет упростить структуру матрицы, и тогда ранг полученной матрицы будет совпадать с рангом начальной матрицы.
40. Ответ: Для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) используют

разные методы, среди которых метод обратной матрицы, формулы Крамера и метод Гаусса. Метод обратной матрицы. Суть метода - умножение обратной матрицы коэффициентов системы линейных уравнений на вектор свободных членов. Метод Крамера — способ решения систем линейных уравнений с использованием определителей.

41. Ответ: Вектор - направленный отрезок, который характеризуется величиной (длиной) и направлением. Векторы могут быть представлены как стрелки в двумерном или трёхмерном пространстве. Операции над векторами включают сложение, вычитание и умножение на число.
42. Ответ: Проекция вектора на ось - число, которое характеризует вклад вектора в направлении выбранной оси. Оно может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Свойства: Проекция суммы нескольких векторов на координатную ось равна алгебраической сумме их проекций на эту ось. При умножении вектора на число его проекция на ось также умножается на это число. Проекция вектора на любую координатную ось равна разности соответствующих координат его конца и начала.
43. Ответ: Декартова прямоугольная система координат и полярная система координат — два вида систем координат, которые отличаются способом задания положения точки на плоскости. Полярная система координат: включает точку отсчёта — полюс и луч, начинающийся в этой точке, — полярную ось. Любая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: радиальной и угловой.
44. Ответ: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов - разные операции, и имеют свои определения и свойства. Скалярное произведение двух ненулевых векторов - число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними. Векторное произведение двух векторов в трёхмерном евклидовом пространстве - вектор, перпендикулярный обоим исходным векторам. Смешанное произведение векторов a , b и c - число, равное скалярному произведению векторного произведения векторов a и b на вектор c .
45. Ответ: Предел функции в точке - значение, к которому стремится функция по мере приближения аргумента к некоторому значению. Теоремы: Предел постоянной равен самой постоянной. Предел суммы (разности) двух функций равен сумме (разности) их пределов, если последние существуют. Предел произведения двух функций равен произведению их пределов, если последние существуют.
46. Ответ: Предел функции при x , стремящемся к бесконечности, - значение, к которому стремится функция, когда её аргумент приближается к бесконечности. Замечательные пределы: Первый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$. Читается: предел отношения синуса к его аргументу равен единице, когда аргумент стремится к нулю. Второй замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e$. Исторически эта формула появилась в результате решения конкретной задачи — о начислении сложных процентов, её и назвали вторым замечательным пределом. Число e — иррациональная математическая константа, значение которой приближённо равно 2,718281828....
47. Ответ: Непрерывность функции - свойство, при котором небольшие изменения аргумента приводят к небольшим изменениям значения функции. Интуитивно функция ведёт себя предсказуемо, без резких скачков, в каждой точке своей области определения. Точки разрыва — это точки, в которых функция не является непрерывной. Если условие, входящее в определение непрерывности, в некоторой точке нарушается, то говорят, что функция терпит в этой точке разрыв. Приращение аргумента — это разность между новым и первоначальным значением аргумента. Приращение функции — это разность между

значением функции в новой точке и её значением в первоначальной точке. Функция непрерывна в точке x_0 , если она определена в этой точке, имеет конечный предел при $x \rightarrow x_0$ и этот предел равен значению функции в этой точке.

48. Ответ: Производная функции - понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Дифференциал функции — это линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной: если к графику функции в точке можно провести касательную, не параллельную оси u , то производная в этой точке выражает угловой коэффициент этой касательной. Механический (физический) смысл производной: если $s(t)$ — закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t .

49. Ответ: В таблице производных указаны формулы для производных разных элементарных функций. Сложная функция — это функция, которая зависит от другой функции, проще говоря, если одна функция «вложена» в другую. Производная сложной функции находится по специальному правилу — правилу цепочки.

50. Ответ: Схема исследования функции может включать поиск области определения, исследование множества значений, анализ чётности и нечётности, а также изучение экстремумов и промежутков монотонности. Ниже кратко рассматриваются эти темы. Область определения функции — это множество всех значений аргумента x , при которых функция имеет смысл. Обозначается как $D(y)$. Область значений функции (обозначается $E(f)$) — это множество всех возможных значений y , которые может принимать функция $y = f(x)$ при различных допустимых значениях аргумента x из области. Чётная функция — это функция, у которой значения при противоположных аргументах совпадают: подставляя $-x$, получаем тот же результат, что и при x . Нечётная функция — для противоположных аргументов значения равны по модулю и противоположны по знаку. Чтобы определить экстремумы (минимумы и максимумы) функции, сначала нужно найти критические точки, в которых производная равна нулю или не существует (и которые принадлежат области определения функции).

51. Ответ: Производные высших порядков — это производные порядка выше первого. Вторая производная (производная второго порядка) — это производная от первой производной. Физический смысл второй производной — ускорение точки при её прямолинейном и неравномерном движении. Исследование функции с помощью второй производной позволяет определить выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

52. Ответ: Первообразная - функция, производная которой равна исходной функции. Неопределённый интеграл - множество всех первообразных некоторой функции. Некоторые свойства неопределённого интеграла: Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции. Неопределённый интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла. Неопределённый интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от каждой функции в отдельности. Свойство инвариантности формулы интегрирования: если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то и $\int f(u)du = F(u) + C$, где $u = f(x)$ — произвольная функция, имеющая непрерывную производную.

53. Ответ: Неопределённый интеграл — это совокупность всех первообразных функции. Результатом вычисления является первообразная, то есть функция, производная от которой равна исходной функции. Некоторые примеры неопределённых интегралов: $\int 0 \cdot dx = C$; $\int 1 \cdot dx = x + C$; $\int x^n dx = x^{n+1} / (n+1) + C$ ($n \neq -1$); $\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C$; $\int \cos(x)dx = \sin(x) + C$.

54. Ответ: **Метод непосредственного интегрирования.** Суть: интеграл путём тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким интегралам элементарных функций. **Метод замены переменной (метод подстановки).** Суть: некоторое выражение заменяют новой переменной, превратив громоздкую конструкцию в простую табличную форму. **Метод интегрирования по частям.** Суть: подынтегральное выражение представляют в виде произведения двух функций — u и dv , где u и v — некоторые функции от x . Эти функции выбирают так, чтобы интеграл от dv был для вычисления проще, чем исходный.
55. Ответ: Определённый интеграл - предел интегральных сумм, если этот предел существует и не зависит от способа разбиения отрезка интегрирования на части и от выбора точек внутри каждого частичного отрезка разбиения. Функция, для которой на отрезке $[a, b]$ существует определённый интеграл, называется интегрируемой на этом отрезке. Интегральная сумма — это сумма произведений приращения переменной на значение функции в соответствующих точках. Геометрически эта сумма изображается ступенчатой фигурой, построенной из прямоугольников, и определяет площадь этой ступенчатой фигуры.
56. Ответ: определённый интеграл - число, которое выражает площадь соответствующей криволинейной трапеции. Свойства: Одинаковые пределы интегрирования дают ноль. Смена пределов интегрирования местами меняет знак результата на противоположный. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла. Интеграл суммы двух функций равен сумме двух отдельных интегралов. Аналогично это работает для разности. Отрезок интегрирования можно разбивать на меньшие части. Интеграл на отрезке от a до b равен сумме интегралов на отрезках от a до c и от c до b . Интеграл на отрезке нулевой длины равен нулю. Геометрический смысл: Определённый интеграл от функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$ и осью Ox на этом же отрезке
57. Ответ: Формула Ньютона-Лейбница — метод вычисления определённых интегралов, который устанавливает связь между определённым интегралом и первообразной функции. Записывается формула: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где: $F(x)$ — первообразная для функции $f(x)$; a — нижний предел интегрирования; b — верхний предел интегрирования.
58. Ответ: Геометрические: Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объёмов тел вращения. Вычисление объёма тела по площадям параллельных сечений. Физические приложения: Вычисление пройденного пути в момент времени $t = T$. Вычисление работы переменной силы $F = F(x)$. Вычисление статических моментов материальной плоской фигуры в виде криволинейной трапеции относительно координатных осей. Вычисление массы неоднородного стержня с переменной линейной плотностью.
59. Ответ: Частная производная функции нескольких переменных по некоторой переменной - предел отношения частного приращения функции по этой переменной к приращению самой переменной, когда последнее стремится к нулю. Некоторые теоремы, связанные с частными производными функции нескольких переменных: Достаточное условие дифференцируемости. Если функция имеет частные производные по всем переменным в некоторой ε -окрестности точки P_0 и эти производные непрерывны в самой точке P_0 , то функция дифференцируема в этой точке. Теорема об инвариантности формы первого дифференциала. Форма первого дифференциала функции нескольких переменных не зависит от того, являются ли её аргументы независимыми переменными или дифференцируемыми функциями других переменных.

60. Ответ: Дифференциальное уравнение - уравнение, связывающее неизвестную функцию одной или нескольких переменных и одну или несколько её производных (обыкновенных или частных) конечного порядка. Независимые переменные и параметры могут входить в уравнение как аргументы и коэффициенты. Общее решение дифференциального уравнения — это множество всех частных решений уравнения. Частное решение дифференциального уравнения — это функция, которая получается из общего решения при определённом значении произвольной постоянной. Задача Коши для дифференциального уравнения — это задача нахождения решения уравнения, удовлетворяющего начальным условиям.
61. Ответ: Дифференциальные уравнения возникают в задачах, которые моделируют динамические процессы в разных областях: физике (Задача о движении лодки), химии (Задача о реакции ацетона с йодом), экономике (Модели спроса и предложения) и биологии (Задача о законе размножения бактерий). Это связано с тем, что многие законы, управляющие этими процессами, можно выразить в виде дифференциальных уравнений.
62. Ответ: Методы решения дифференциальных уравнений подразделяются на аналитические (Метод разделения переменных. Метод интегрирующего множителя. Метод интегрирования по частям. Метод замены переменной) и численные (приближённые) (Метод конечных разностей. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты).
63. Ответ: Числовой ряд — это выражение, полученное последовательным сложением членов числовой последовательности. Сходимость — если существует конечный предел последовательности частичных сумм ряда, расходимость — если предел не существует или равен бесконечности. Числовой ряд записывается как бесконечная сумма чисел: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$. Слагаемые a_1, a_2, a_3 и т. д. называются членами ряда, a_n — общим или n -м членом. Ряд задан, если известен общий член, выраженный как функция его номера n : $u_n = f(n)$. Необходимое условие сходимости — общий член ряда при возрастании своего номера стремится к нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Достаточный признак расходимости — если общий член ряда a_n не стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, то этот ряд расходится.
64. Ответ: Необходимый признак сходимости ряда: Если ряд сходится, то его общий член стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$, то есть $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Признак сравнения — утверждение об одновременности расходимости или сходимости двух рядов, основанное на сравнении членов этих рядов. Признак Даламбера - признак сходимости знакоположительных числовых рядов, установленный Жаном д'Аламбером в 1768 году. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_{n+1}/u_n) < 1$, то ряд сходится.
65. Ответ: Знакопередающий ряд — это ряд, члены которого попеременно принимают значения противоположных знаков. Признак сходимости Лейбница — достаточный признак сходимости знакопередающихся рядов, установленный Готфридом Лейбницем. Понятие знакопередающегося ряда. Знакопередающий ряд можно записать так: $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots + (-1)^{n-1}u_n + \dots$, где все числа u_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) положительны. Знакопередающий ряд сходится, если: Последовательность абсолютных величин членов ряда монотонно убывает: $u_1 > u_2 > u_3 > \dots > u_n > \dots$. Общий член ряда стремится к нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
66. Ответ: Ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд, составленный из абсолютных величин его членов. Ряд называется условно сходящимся, если он сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов ряда, расходится.

67. Ответ: Функциональный ряд — это ряд, члены которого являются функциями от независимой переменной x . Степенной ряд — это функциональный ряд, членами которого являются степенные функции. Область сходимости степенного ряда — это интервал, в каждой точке которого ряд сходится абсолютно, а на интервалах $(-\infty, -R)$ и $(R, +\infty)$ расходится. Ряд Маклорена — это частный случай ряда Тейлора, только с центром в нуле
68. Ответ: Вероятность события — это число от 0 до 1, которое показывает, насколько возможно наступление события. Если вероятность равна 0, событие невозможно, если 1 — оно произойдёт обязательно. Все значения между этими крайностями — случайные события. Существует два сценария для правила сложения: Для несовместных событий (не могут произойти одновременно) — вероятности просто складываются. Математически: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Для совместных событий (могут произойти одновременно) — необходимо учитывать вероятность их пересечения. Математически: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, где $P(A \cap B)$ представляет вероятность того, что оба события произойдут одновременно. Теорема умножения. Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло. Обозначается как $P(AB) = P(A) \times P(B|A)$.
36. Ответ: Случайная величина — это числовая величина, значение которой однозначно определяется исходом случайного эксперимента. Обозначается обычно латинскими буквами X, Y, Z и т. д. Дискретная — принимает конечное или счётное множество значений (например, число выпавших очков на игральном кубике). Непрерывная — принимает любое значение из некоторого числового промежутка (например, время ожидания автобуса на остановке). Математическое ожидание — это сумма произведений всех возможных значений случайной величины на соответствующие им вероятности. Среднее квадратичное отклонение — это квадратный корень из дисперсии.

6.2 Расчетные задачи дифференцированного зачета

1. Ответ: $e \approx 2,71828$
2. Ответ: а) $+\infty$ б) 2 в) 0
3. Ответ: $\frac{17}{5}$
4. Ответ: $\frac{5}{3}$
5. Ответ: 0
6. Ответ: 6
7. Ответ: функция $f(x) = 5x - 6$ непрерывна в точке $x_0 = 6$.
8. Ответ: а): 63,75. б): 53.
9. Ответ: $y' = 7(4x^3 - 10x + 1)(x^4 - 5x^2 + x)^6$

10 Ответ: $y' = \frac{15}{(x+2)^2}$

11 Ответ: $y' = 10x^4 e^{2x^5 - 8}$

12 Ответ: $\frac{32x^3 - 6x}{8x^4 - 3x^2 + 2}$ или $\frac{2x(16x^2 - 3)}{8x^4 - 3x^2 + 2}$.

13 Ответ: Производная функции $\ln |x|$ равна $\frac{1}{x}$ при всех $x \neq 0$, поэтому $\ln |x|$ — первообразная для $\frac{1}{x}$. Модуль нужен, чтобы формула работала и для отрицательных x .

14 Ответ: $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$

15 Ответ: $\frac{(6x+11)^5}{30} + C$

16 Ответ: $-\frac{1}{14} \cos(7x) - \frac{1}{10} \cos(5x) + C$

17 Ответ: $\frac{1}{6} \sin(6x - 1) + C$

18 Ответ: 3,5

19 Ответ: $\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + C$

20 Ответ: 2

21 Ответ: 80

22 Ответ: $\frac{242\pi}{5}$ (или $48,4\pi$).

23 Ответ: $\frac{7}{3}$ (или примерно 2,33).

24 Ответ: $y(x) = C_1 e^{5x} + C_2 e^{4x}$.

25 Ответ: $C = 9 - 4 = 5$ Частное решение задачи Коши: $y(x) = 2x^3 + 2x^2 + 5$.

26 Ответ: $y = \frac{11}{2} x^2 + C$, где C — произвольная постоянная.