



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования**

«Владивостокский государственный университет экономики и сервиса» в г. Находке

Кафедра менеджмента и экономики

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Эконометрика

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

Профиль подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

Форма обучения – очная, заочная

Находка 2016

ФОС составлен: к.э.н. Гусев Е.Г., доцент кафедры МЭ

ФОС рассмотрен и принят на заседании кафедры менеджмента и экономики

Протокол заседания кафедры менеджмента и экономики от 16.04.2011 г., протокол №8

Редакция 2015 г. утверждена на заседании кафедры менеджмента и экономики от 24.06.2015г., протокол № 10.

Редакция 2016 года, рассмотрена и утверждена на заседании кафедры менеджмента и экономики от «07» июня 2016 г., протокол № 10.

Заведующий кафедрой Власова Власова Е.М.

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Эконометрика

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

Профиль подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1 Перечень компетенций

Код компетенций	Формулировка компетенции
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

1.2 Этапы формирования компетенций в процессе освоения программы

№ п/п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Этапы формирования компетенций (номер семестра)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Тема 1. Предмет эконометрики и методы эконометрического исследования	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
2	Тема 2. Парная линейная регрессия	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
3	Тема 3. Парная нелинейная регрессия	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
4	Тема 4. Множественная регрессия, оценка параметров методом наименьших квадратов	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
5	Тема 5. Спецификация переменных в уравнениях множественной регрессии	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
6	Тема 6. Гетероскедастичность и автокоррелированность случайного члена	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола

7	Тема 7. Фиктивные переменные	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
8	Тема 8. Системы эконометрических уравнений	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
9	Тема 9. Моделирование одномерных временных рядов	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
10	Тема 10. Динамические эконометрические модели	5	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола

1.3 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах формирования, описание шкалы оценивания

Дескриптор компетенции	Показатель оценивания	Шкалы оценивания		Критерии оценивания	
		Традиционная	Баллы		
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Отлично	Зачтено	91-100	теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Хорошо	Зачтено	76-90	теоретическое содержание дисциплины освоено

Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				полностью, без пробелов; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Удовлетворительно	Зачтено	61-75	теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей программой дисциплины учебных задания выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Неудовлетворительно	Незачтено	0-60	теоретическое содержание дисциплины не освоено полностью; необходимые практические навыки работы не
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных				

	данных			сформированы, все
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач			предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены с грубыми ошибками либо совсем не выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному

2 Текущий контроль

Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) студентов. В условиях рейтинговой системы контроля результаты текущего оценивания студента используются как показатель его текущего рейтинга. Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе преподавателя. Данный вид контроля стимулирует у студентов стремление к систематической самостоятельной работе по изучению дисциплины.

3 Описание оценочных средств по видам заданий текущего контроля

3.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов студентов

С целью контроля и подготовки студентов к изучению новой темы вначале каждой практической занятия преподавателем проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущей темы.

Критерии оценки:

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);
- использование дополнительного материала (обязательное условие);
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется растянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов).

Оценка «5» - 18 - 20 баллов - ставится, если студент:

- 1) полно и аргументировано отвечает по содержанию вопроса;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры;
- 3) излагает материал последовательно и правильно, с соблюдением исторической и хронологической последовательности;

Оценка «4» - 15 - 17 баллов - ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «3» - 14 - 10 баллов - ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «2» - 1 - 9 баллов - ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

3.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования студентов

В завершении изучения каждой темы дисциплины проводится тестирование. Его можно провести как на компьютере, так и на бланке.

Критерии оценивания. Уровень выполнения текущих тестовых заданий оценивается в баллах, которые затем переводятся в оценку. Баллы выставляются следующим образом:

- правильное выполнение задания, где надо выбрать один верный ответ – 1 балл;
- правильное выполнение задания, где требуется найти соответствие или вставить верные термины – по 1 баллу за каждый верный ответ и 2 балла за безошибочно выполненное задание;
- правильное выполнение задания, где необходимо установить последовательность событий – 3 балла.

Оценка соответствует следующей шкале:

Оценка (стандартная)	Баллы	% правильных ответов
отлично	20	76-100
хорошо	15	51--75
удовлетворительно	10	25-50
неудовлетворительно	5	менее 25

4 Фонд оценочных средств для текущего контроля

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1) Под эконометрикой в широком смысле слова понимается:

а) совокупность теоретических результатов

б) совокупность различного рода экономических исследований, проводимых с использованием математических методов

в) самостоятельная научная дисциплина

г) применение статистических методов

2) Математическая модель – это:

а) приближенное описание объекта моделирования, выраженное с помощью математической символики

б) модель, содержащая элементы случайности

в) вероятностно-статистическая модель

г) описание экономического объекта

3) Экономико-математическая модель – это:

а) модель, описывающая механизм функционирования экономики

б) математическое описание экономического объекта или процесса с целью их исследования и управления ими

в) экономическая модель

г) модель реального явления

4) Вероятностная модель – это:

а) математическая модель

б) статистическая модель

в) математическая модель реального явления, содержащего элементы случайности

г) вероятностно-статистическая модель

5) Какие переменные существуют в эконометрике:

- а) экзогенные, эндогенные
 - б) predetermined, эндогенные
 - в)** экзогенные, эндогенные, predetermined
 - г) внешние, внутренние
- 6) Основные типы эконометрических моделей:
- а) модели тренда, модель сезонности
 - б)** модель временных рядов, регрессионные модели, система одновременных уровней
 - в) регрессионная, модель тренда и сезонности
 - г) модель сезонности, регрессионная
- 7) Этапы построения эконометрической модели:
- а) постановочный, априорный, параметризация
 - б) постановочный, информационный, априорный
 - в)** постановочный, априорный, параметризация, информационный, идентификация модели, верификация модели
 - г) параметризация, информационный, идентификация модели
- 8) Какие три типа данных существуют в эконометрике:
- а) пространственно-временные, регрессионные, временные
 - б)** пространственные, временные, пространственно-временные
 - в) экзогенные, эндогенные, predetermined
 - г) эндогенные, экзогенные
- 9) Простая (парная) регрессия-это
- а) зависимость среднего значения какой-либо величины
 - б) модель вида $Y_x = a + bx$
 - в)** модель, где среднее значение зависимой переменной Y рассматривается как функция одной независимой X
 - г) модель, где среднее значение зависимой переменной Y рассматривается как функция нескольких независимых переменных
- 10) Множественная регрессия-это:
- а)** модель, где среднее значение зависимой переменной Y рассматривается как функция нескольких независимых переменных X_1, X_2, X_3
 - б) зависимость среднего значения какой-либо величины
 - в) модель, где среднее значение зависимой переменной Y рассматривается как функция одной независимой X
 - г) модель вида $Y = a + bx$
- 11) Способы оценивания параметров линейной регрессии:
- а) мат. ожидание, дисперсия
 - б) дисперсия, среднее квадратичное отклонение
 - в)** мат. ожидание, дисперсия, несмещенная выборочная дисперсия, среднее квадратичное отклонение, ковариация
 - г) выборочная дисперсия, среднее квадратичное отклонение, ковариация
- 12) Под эконометрикой в узком смысле слова понимается:
- а) совокупность различного рода экономических исследований
 - б) самостоятельная научная дисциплина
 - в) совокупность теоретических результатов
 - г)** применение статистических методов в экономических исследованиях
- 13) Название «эконометрика» было введено в 1926 таким ученым как:

- а)Чебышов
- б)Тинберген
- в)Петти
- г)Фриш

14)Экзогенные переменные- это

а)внешние переменные, которые задаются из вне моделей, являются автономными и управляемыми

- б)внутренние переменные
- в)формируются в результате функционирования соц. экономической системы
- г)лаговые переменные

15)Эндогенные переменные- это:

- а) лаговые переменные
- б) внешние переменные
- в)автономные переменные

г)внутренние переменные, которые формируются в результате функционирования соц. экономической системы

16)предопределенные переменные- это:

- а)внутренние переменные
- б) автономные переменные
- в) которые задаются из вне моделей

г)лаговые эндогенные переменные

17)Как выражается модель сезонности:

- а) $y(t)=S(t) +Et$
- б) $y(t)=S(t) -Et$
- в) $y(t)= T(t)+ S(t)$
- г) $y(t)= T(t)+E(t)$

18)Как выражается модель тренда:

- а) $y(t)= T(t)+E(t)$
- б) $y(t)=S(t) -Et$
- в) $y(t)= T(t)+ S(t)$
- г) $y(t)= T(t)—E(t)$

19) Как выражается модель тренда и сезонности:

- а) $y(t)=T(t)- S(t)+ Et$
- б) $y(t)=T(t)+ S(t)+ Et$
- в) $y(t)=T(t)+ S(t)- Et$
- г) $y(t)=T(t)- S(t)- Et$

20)S(t)-это:

- а)периодическая (сезонная) компонента
- б)случайная компонента
- в)стохастическая компонента
- г)временной тренд

21)Априорный этап построения эконометрической модели –это:

- а)определение конечных целей моделирования
- б)само моделирование

в)предмодельный анализ экономической сущности изучаемого явления,формирование и формализация априорной информации

- г) сбор необходимой статистической информации
- 22) Информационный этап построения эконометрической модели – это:
- а) само моделирование
 - б) сопоставление реальных и модельных данных
 - в) сбор необходимой статистической информации, т.е. регистрация значений участвующих моделей факторов и показателей**
 - г) статистический анализ модели
- 23) Верификация модели – это:
- а) статистический анализ модели
 - б) определение конечных целей моделирования
 - в) сбор необходимой статистической информации
 - г) сопоставление реальных и модельных данных, проверка адекватности модели**
- 24) Идентификация модели – это:
- а) статистический анализ модели, и в первую очередь статистическое оценивание независимых параметров модели**
 - б) сбор необходимой статистической информации, т.е. регистрация значений участвующих моделей факторов и показателей
 - в) определение конечных целей моделирования
 - г) сопоставление реальных и модельных данных, проверка адекватности модели
- 25) Постановочный этап построения эконометрической модели – это:
- а) сбор необходимой статистической информации, т.е. регистрация значений участвующих моделей факторов и показателей
 - б) определение конечных целей моделирования, набора участвующих в модели факторов и показателей, их роли**
 - в) статистический анализ модели
 - г) сопоставление реальных и модельных данных

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине предназначен для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяет определить качество усвоения изученного материала.

Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у студентов по дисциплине является – экзамен.

Оценивание студента на экзамене:

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка экзамена (стандартная)	Требования к знаниям
91-10	отлично	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой,

		свободно справляется с задачами, вопросами и другими - видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач по формированию общепрофессиональных компетенций
76-90	хорошо	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по дисциплине
61-75	удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой
0-60	неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной дисциплине.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Предмет и задачи эконометрики. Области применения эконометрических моделей.
2. Методологические вопросы построения и типы эконометрических моделей.
3. Основные цели и задачи прикладного корреляционно-регрессионного анализа.
4. Парная регрессия и метод наименьших квадратов (МНК). Средняя ошибка аппроксимации.
5. Оценка тесноты связи (коэффициент корреляции, детерминации, корреляционное отношение).

6. Оценка статистической значимости регрессии.
 7. Интерпретация уравнения регрессии. Коэффициент эластичности.
 8. Классическая линейная модель множественной регрессии (КЛММР).
 9. Оценивание коэффициентов КЛММР методом наименьших квадратов.
 10. Парная и частная корреляция в КЛММР.
 11. Множественный коэффициент корреляции и множественный коэффициент детерминации.
 12. Оценка качества модели множественной регрессии.
 13. Мультиколлинеарность и методы ее устранения.
 14. Спецификация уравнений регрессии и ошибки спецификации.
 15. Линейная модель множественной регрессии с гетероскедастичными остатками.
 16. Линейная модель множественной регрессии с автокорреляцией остатков.
- Критерий Дарбина-Уотсона.
17. Временные ряды. Модели временных рядов.
 18. Аналитическое выравнивание временных рядов. Оценка параметров тренда.
 19. Системы эконометрических уравнений.

Типовые вопросы к экзамену

1. Понятие, предмет, задачи эконометрики.
2. Основные этапы развития эконометрики.
3. Особенности эконометрического метода.
4. Виды связей между явлениями.
5. Методы изучения стохастических связей в эконометрике.
6. Предпосылки и задачи корреляционно-регрессионного анализа.
7. Основные этапы моделирования связи методом корреляционно-регрессионного анализа.
8. Спецификация моделей парной регрессии.
9. Построение двухмерной линейной модели корреляционно-регрессионного анализа.
10. Проверка значимости коэффициентов простой линейной регрессии и адекватности регрессионной модели.
11. Прогнозирование по линейному уравнению регрессии.
12. Экономическая интерпретация моделей нелинейной регрессии.
13. Нелинейная регрессия.
14. Спецификация моделей множественной регрессии.
15. Методика построения двухфакторной линейной модели.
16. Проверка значимости результатов множественной регрессии.
17. Применение дисперсионного анализа в оценке качества моделей регрессии.
18. Парные, частные коэффициенты корреляции, совокупные коэффициенты множественной корреляции и детерминации. Понятие и связь между ними.

19. Экономическая интерпретация многофакторной регрессионной модели.
20. Понятие мультиколлинеарности, ее значение при отборе факторов.
21. Расчет ошибки репрезентативности и доверительных интервалов при построении моделей.
22. Применение фиктивных переменных в моделях множественной регрессии.
23. Предпосылки метода наименьших квадратов.
24. Гетероскедастичность остатков регрессионной функции.
25. Понятие и основные элементы временного ряда.
26. Основные показатели анализа временного ряда
27. Сопоставимость уровней временного ряда.
28. Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры.
29. Моделирование тенденций временного ряда.
30. Моделирование сезонных и циклических колебаний.
31. Виды трендовой компоненты и проверка гипотезы о существовании тенденции.
32. Моделирование тенденции временного ряда при наличии структурных изменений.
33. Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов.
34. Методы исключения тенденций.
35. Автокорреляция в остатках. Критерий Дарбина-Уотсона.
36. Оценка параметров уравнения при наличии автокорреляции в остатках.
37. Коинтеграция временных рядов.
38. Понятие и виды систем эконометрических уравнений.
39. Структурная и приведенная формы модели.
40. Идентификация эконометрических уравнений.
41. Применение систем эконометрических уравнений.
42. Динамические эконометрические модели.
43. Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом.
44. Интерпретация параметров моделей авторегрессии.
45. Применение метода Алмон для расчета параметров модели с распределенным лагом.
46. Применение метода Койка для оценки параметров модели с распределенным лагом.
47. Оценка параметров моделей авторегрессии.

Типовые задачи

Задание 1

Имеются данные за 12 месяцев года по району города о рынке вторичного жилья (y – стоимость квартиры (тыс. у.е.), x – размер общей площади (m^2)). Данные приведены в табл. 1.4.

Таблица 1

Тогда

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x^2} = \frac{696,9 - 33,5 \cdot 20,4}{41,28} = 0,327$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 20,4 - 0,327 \cdot 33,5 = 9,446$$

и линейное уравнение регрессии примет вид: $y = 9,446 + 0,327x$.

Рассчитаем коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,327 \frac{6,43}{3,47} = 0,606$$

Связь между признаком y и фактором x заметная.

Коэффициент детерминации – квадрат коэффициента или индекса корреляции.

$$R^2 = 0,606^2 = 0,367$$

$$\bar{y} = f'(x) \frac{\bar{x}}{y}$$

Средний коэффициент эластичности $\bar{y} = f'(x) \frac{\bar{x}}{y}$ позволяет проверить, имеют ли экономический смысл коэффициенты модели регрессии.

$$\bar{y} = f'(x) \frac{\bar{x}}{y} = 13,7$$

Для оценки качества модели определяется средняя ошибка аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \times 100\%$$

допустимые значения которой 8 - 10 %.

Вычислим значение F -критерия Фишера.

$$F = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2 / m}{\sum (y - \hat{y})^2 / (n - m - 1)} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

где

m – число параметров уравнения регрессии (число коэффициентов при объясняющей переменной x);

n – объем совокупности.

$$F = \frac{(0,606)^2}{1 - (0,606)^2} \cdot 10 = \frac{0,367}{0,633} \cdot 10 = 5,79$$

По таблице распределения Фишера находим

$$F_{\text{табл}} = F(\alpha = 0,05; \nu_1 = 1; \nu_2 = 10) = 4,96$$

Так как $F_{\text{табл}} < F$, то гипотеза H_0 о статистической незначимости параметра b уравнения регрессии отклоняется.

Так как $r_{xy}^2 = 0,367$, то можно сказать, что 36,7% результата объясняется вариацией объясняющей переменной.

Выберем в качестве модели уравнения регрессии $y = a \cdot x^b - \varepsilon$, предварительно линеаризовав модель. Введем обозначения: $U = \sqrt{x}$. Получим линейную модель регрессии $V = a + b \cdot U + \varepsilon$.

Рассчитаем коэффициенты модели, поместив все промежуточные расчеты в табл. 3.

Таблица 3

$\sqrt{x} - u$	u^2	y	yU	y^2	$y - \bar{y}$	$u - \bar{u}$	$(y - \bar{y})^2$	$(u - \bar{u})^2$	\hat{y}	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$	A(%)
5,385	29,0	22,5	121,17	506,25	1,640	-	2,69	0,20	13,7	8,76	76,7	38,9
						0,45			4			2
						2						
6,017	36,2	25,8	155,23	665,64	4,940	0,18	24,40	0,03	14,0	11,7	139,0	45,7
						0			1	9		0
5,376	28,9	20,8	111,82	432,64	-0,060	-	0,004	0,21	13,7	7,06	49,9	33,9
						0,46			4			5
						1						
5,692	32,4	15,2	86,52	231,04	-5,660	-	32,04	0,02	13,8	1,33	1,8	8,72
						0,14			7			
						5						
7,050	49,7	25,8	181,89	665,64	4,940	1,21	24,40	1,47	14,4	11,3	129,5	44,1
						3			2	8		1
6,173	38,1	19,4	119,75	376,36	-1,460	0,33	2,13	0,11	14,0	5,33	28,4	27,4
						6			7			5
5,477	30,0	18,2	99,69	331,24	-2,660	-	7,08	0,13	13,7	4,42	19,5	24,2
						0,36			8			7
						0						
5,710	32,6	21,0	119,90	441	0,140	-	0,02	0,02	13,8	7,12	50,7	33,8
						0,12			8			9
						7						
5,244	27,5	16,4	86,00	268,96	-4,460	-	19,89	0,35	13,6	2,72	7,4	16,5
						0,59			8			8
						3						
6,245	39,0	23,5	146,76	552,25	2,640	0,40	6,97	0,17	14,1	9,40	88,3	39,9
						8			0			8
Σ	58,36	343,	208,60	1228,7	4471,0	-	-	-	-	-	-	313,56
	8	4	0	1	2							7
Среднее значени е	5,837	34,3	20,860	122,87	447,10	-	-	-	-	-	-	31,357
	4		1									
σ	0,549	-	3,646	-	-	-	-	-	-	-	-	-
σ^2	0,302	-	13,292	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Рассчитаем параметры уравнения:

$$b = \frac{\overline{Uy} - \bar{U} \cdot \bar{y}}{\sigma_U} = \frac{122,871 - 5,837 \cdot 20,86}{0,549} = 2,024$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{U} = 20,86 - 2,024 \cdot 5,837 = 9,046$$

$$\hat{y} = a + bx = 9,046 + 2,024U \Rightarrow \hat{y} = 9,046 + 2,024\sqrt{x}$$

Коэффициент корреляции

$$r_{yU} = b \frac{\sigma_U}{\sigma_y} = 2,024 \cdot \frac{0,549}{3,646} = 0,305$$

Коэффициент детерминации

$$R^2 = 0,093$$

следовательно, только 9,3% результата объясняется вариацией объясняющей переменной x .

$$F_{\text{крит}} = F_{\text{крит}} = \frac{r^2}{1-r^2} (n-2) = \frac{0,093}{1-0,093} \cdot 10 = 1,025$$

$$F_{\text{крит}} (\alpha = 0,05; \nu_1 = 1; \nu_2 = 10) = 4,96$$

$$F_{\text{факт}} < F_{\text{крит}}$$

следовательно, гипотеза H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии принимается. По всем расчетам линейная модель надежнее, и последующие расчеты мы сделаем для нее.

Оценим значимость каждого параметра уравнения регрессии

$$y = 9,446 + 0,327x$$

Используем для этого t -распределение (Стьюдента). Выдвигаем гипотезу H_0 о статистической незначимости параметров, т.е.

$$H_0: a = b = r_{xy} = 0$$

$$t_{\text{крит}} (\alpha = 0,01; \nu = 10) = 3,1693$$

Определим ошибки m_a, m_b, m_r .

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n-2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{79}{10} \cdot \frac{13927,8}{12 \cdot 454,1}} = 4,49$$

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2 / (n-2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{79/10}{454,1}} = 0,13$$

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,606^2}{10}} = 0,25$$

$$t_a = \frac{a}{m_a} = \frac{9,446}{4,49} = 2,1 < t_{\text{крит}}$$

$$t_b = \frac{b}{m_b} = \frac{0,327}{0,13} = 2,5 < t_{\text{крит}}$$

$$t_r = \frac{r}{m_r} = \frac{0,606}{0,25} = 2,4 < t_{0,05}$$

Полученные оценки модели и ее параметров позволяют использовать ее для прогноза. Рассчитаем

$$\hat{x}_{\text{итд}} = \bar{x} \cdot 1,05 = 35,2$$

Тогда

$$\hat{y}_{\text{итд}} = 9,446 + 0,327 \cdot 35,2 = 20,96$$

Средняя ошибка прогноза

$$m_{\hat{y}_{\text{итд}}} = \sigma_{\text{итд}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{\text{итд}} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

где

$$\sigma_{\text{итд}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{79}{10}} = 2,81$$

$$m_{\hat{y}_{\text{итд}}} = 2,81 \cdot \sqrt{1 + 0,083 + \frac{2,89}{132,7}} = 2,95$$

Строим доверительный интервал с заданной доверительной вероятностью $(\gamma_{\text{итд}}; \gamma_{\text{итд}})$:

$$\begin{aligned} & (\hat{y}_{\text{итд}} - t_{\text{итд}} \cdot m_{\hat{y}_{\text{итд}}}; \hat{y}_{\text{итд}} + t_{\text{итд}} \cdot m_{\hat{y}_{\text{итд}}}) \\ & (20,96 - 3,1693 \cdot 2,95; 20,96 + 3,1693 \cdot 2,95) \\ & 11,61 < \hat{y}_{\text{итд}} < 30,31 \end{aligned}$$

Найденный интервальный прогноз достаточно надежен (доверительная вероятность $p = 1 - \alpha = 0,99$) и достаточно точен, т.к. $\gamma_{\text{итд}} / \gamma_{\text{итд}} \approx 2,61$.

Оценим значимость каждого параметра уравнения регрессии $y = 0,667 + 6,06x$.

Используем для этого t -распределение (Стьюдента). Выдвигаем гипотезу H_0 о статистической незначимости параметров, т.е.

$$H_0: a = b = r_{xy} = 0$$

$$t_{\text{итд}}(\alpha = 0,05; \nu = 8) = 2,306$$

Определим ошибки $m_a, m_b, m_{r_{xy}}$.

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - 2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{239,697}{8} \cdot \frac{385}{10 \cdot 82,8}} = 3,73$$

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{239,697 / 8}{82,8}} = 0,60$$

$$m_1 = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,073}{8}} = 0,0955, \quad t_2 = \frac{\alpha}{m_0} = \frac{0,667}{3,73} = 0,1788 < t_{табл}$$

$$t_3 = \frac{b}{m_2} = \frac{6,06}{0,60} = 10,1 > t_{табл}, \quad t_4 = \frac{r}{m_1} = \frac{0,963}{0,0955} = 10,08 > t_{табл}$$

Следовательно, b и r не случайно отличаются от нуля, а сформировались под влиянием систематически действующей производной.

1. $\bar{A} = 17,532\%$, следовательно, качество модели не очень хорошее.
2. Полученные оценки модели и ее параметров позволяют использовать ее для прогноза.

Рассчитаем $x_{\text{прогн}} = \bar{x} \cdot 1,02 = 5,61$. Тогда $\hat{y}_{\text{прогн}} = 0,667 + 6,06 \cdot 5,61 = 34,6636$.

3. Средняя ошибка прогноза

$$m_{\text{ошибка}} = \sigma_{\text{ошибка}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{\text{прогн}} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

где

$$\sigma_{\text{ошибка}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{239,697}{8}} = 5,474$$

$$m_{\text{ошибка}} = 5,474 \cdot \sqrt{1 + 0,1 + \frac{0,11}{82,8}} = 1,049$$

Строим доверительный интервал с заданной доверительной вероятностью $(\gamma_{\text{ниж}}, \gamma_{\text{верх}})$:

$$(\hat{y}_{\text{прогн}} - t_{\text{табл}} \cdot m_{\text{ошибка}}, \hat{y}_{\text{прогн}} + t_{\text{табл}} \cdot m_{\text{ошибка}})$$

$$(34,6636 - 2,306 \cdot 1,049, 34,6636 + 2,306 \cdot 1,049)$$

$$32,2446 < \hat{y}_{\text{прогн}} < 37,082594$$

Найденный интервальный прогноз достаточно надежен (доверительная вероятность $p = 1 - \alpha = 0,95$) и достаточно точен, т.к. $\gamma_{\text{верх}} / \gamma_{\text{ниж}} \approx 1,15$.

Задание 2

Имеются данные о деятельности крупнейших компаний в течение двенадцати месяцев 199X года. Данные приведены в табл. 4.

Известны – чистый доход (y), оборот капитала (x_1), использованный капитал (x_2) в млрд у.е.

Таблица 4

y	x_1	x_2
1,5	5,9	5,9
5,5	53,1	27,1
2,4	18,8	11,2
3,0	35,3	16,4
4,2	71,9	32,5
2,7	93,6	25,4
1,6	10,0	6,4

2,4	31,5	12,5
3,3	36,7	14,3
1,8	13,8	6,5
2,4	64,8	22,7
1,6	30,4	15,8

Задание:

1. Рассчитайте параметры линейного уравнения множественной регрессии.
2. Дайте оценку силы связи факторов с результатом с помощью средних коэффициентов эластичности.
3. Оцените статистическую зависимость параметров и уравнения регрессии в целом с помощью соответственно критериев Стьюдента и Фишера ($\alpha=0,01$).
4. Рассчитайте среднюю ошибку аппроксимации. Сделайте вывод.
5. Составьте матрицы парных и частных коэффициентов корреляции и укажите информативные факторы.
6. Оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

Решение

Результаты расчетов приведены в табл. 5.

Таблица 5

y	x ₁	x ₂	yx ₁	yx ₂	x ₁ x ₂	x ₁ ²	x ₂ ²	y ²
1,5	5,9	5,9	8,85	8,85	34,81	34,81	34,81	2,25
5,5	53,1	27,1	292,05	149,05	1439,01	2819,61	734,41	30,25
2,4	18,8	11,2	45,12	26,88	210,56	353,44	125,44	5,76
3	35,3	16,4	105,90	49,20	578,92	1246,09	268,96	9
4,2	71,9	32,5	301,98	136,50	2336,75	5169,61	1056,25	17,64
2,7	93,6	25,4	252,72	68,58	2377,44	8760,96	645,16	7,29
1,6	10	6,4	16,00	10,24	64,00	100,00	40,96	2,56
2,4	31,5	12,5	75,60	30,00	393,75	992,25	156,25	5,76
3,3	36,7	14,3	121,11	47,19	524,81	1346,89	204,49	10,89
1,8	13,8	6,5	24,84	11,70	89,70	190,44	42,25	3,24
2,4	64,8	22,7	155,52	54,48	1470,96	4199,04	515,29	5,76
1,6	30,4	15,8	48,64	25,28	480,32	924,16	249,64	2,56
Σ	32,4	465,8	196,7	1448,33	617,95	10001,03	26137,30	4073,91
Средн.	2,7	38,8	16,4	120,69	51,50	833,42	-	65,80
σ	1,2	27,1	8,8	-	-	-	-	-
σ ²	1,4	732,4	77,2	-	-	-	-	-

Рассматриваем уравнение вида:

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \varepsilon$$

Параметры уравнения можно найти из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \bar{y} = a + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2, \\ \overline{yx_1} = a \bar{x}_1 + b_1 \overline{x_1^2} + b_2 \overline{x_1 x_2}, \\ \overline{yx_2} = a \bar{x}_2 + b_1 \overline{x_1 x_2} + b_2 \overline{x_2^2} \end{cases}$$

Или, перейдя к уравнению в стандартизированном масштабе:

$$y^{\circ} = \beta_1 x_1^{\circ} + \beta_2 x_2^{\circ} + \varepsilon, \text{ где}$$

$$y^{\circ} = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad x_j^{\circ} = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}} \quad - \text{стандартизированные переменные,}$$

β_j – стандартизированные коэффициенты:

$$b_j = \beta_j \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_j}}, \quad j=1,2.$$

Коэффициенты β_j определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} r_{yx_1} = \beta_1 + \beta_2 r_{x_1 x_2} \\ r_{yx_2} = \beta_1 r_{x_1 x_2} + \beta_2 \end{cases}$$

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}, \quad \beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2};$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}}, \quad r_{yx_j} = \frac{\overline{yx_j} - \bar{y} \bar{x}_j}{\sigma_{x_j} \sigma_y};$$

$$r_{yx_1} = \frac{120,69 - 2,7 \cdot 38,8}{27,1 \cdot 1,2} = 0,49, \quad r_{yx_1}^2 = 0,24;$$

$$r_{yx_2} = \frac{51,5 - 2,7 \cdot 16,4}{8,8 \cdot 1,2} = 0,68, \quad r_{yx_2}^2 = 0,46;$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{833,42 - 16,4 \cdot 38,8}{27,1 \cdot 8,8} = 0,83, \quad r_{x_1 x_2}^2 = 0,69;$$

$$\beta_1 = \frac{0,49 - 0,68 \cdot 0,83}{1 - 0,69} = -0,24, \quad \beta_2 = \frac{0,68 - 0,49 \cdot 0,83}{1 - 0,69} = 0,88;$$

$$b_1 = -0,24 \frac{1,2}{27,1} = -0,01, \quad b_2 = 0,88 \frac{1,2}{8,8} = 0,12;$$

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 = 2,7 + 0,01 \cdot 38,8 - 0,12 \cdot 16,4 = 1,12.$$

Стандартизированная форма уравнения регрессии имеет вид:

$$\hat{y}^{\circ} = -0,24 x_1^{\circ} + 0,88 x_2^{\circ}.$$

Естественная форма уравнения регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = 1,12 - 0,01 x_1 + 0,12 x_2.$$

Для выяснения относительной силы влияния факторов на резульативный признак рассчитываются средние коэффициенты эластичности:

$$\bar{\varepsilon}_j = b_j \frac{x_j}{y},$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = -0,01 \frac{38,8}{2,7} = -0,14,$$

$$\bar{Y}_2 = 0,12 \frac{16,4}{2,7} = 0,73$$

Следовательно, при увеличении оборота капитала (x_1) на 1% чистый доход (y) уменьшается на 0,14% от своего среднего уровня. При повышении использованного капитала на 1% чистый доход повышается на 0,73% от своего среднего уровня.

Линейные коэффициенты частной корреляции для уравнения определяются следующим образом:

$$r_{y_2|x_2} = \frac{r_{y_2} - r_{y_2x_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{y_2x_1}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,49 - 0,68 \cdot 0,83}{\sqrt{(1-0,24)(1-0,69)}} = -0,15$$

$$r_{y_2|x_1} = \frac{r_{y_2} - r_{y_2x_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{y_2x_2}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,68 - 0,49 \cdot 0,83}{\sqrt{(1-0,24)(1-0,69)}} = 0,56$$

Линейный коэффициент множественной корреляции рассчитывается по формуле

$$R_{y_2x_1x_2} = \sqrt{r_{y_2x_1}^2 \beta_1 + r_{y_2x_2}^2 \beta_2} = \sqrt{0,49 \cdot (-0,24) + 0,68 \cdot 0,88} = 0,69$$

Коэффициент множественной детерминации $R^2 = 0,48$

$$F_{\text{факт}} = \frac{R_{y_2x_1x_2}^2}{1 - R_{y_2x_1x_2}^2} \cdot \frac{n - k - 1}{k}$$

где

n - объем выборки,

k - число факторов модели.

В нашем случае

$$F_{\text{обз}} = \frac{0,48}{1 - 0,48} \cdot \frac{9}{2} = 4,15$$

Так как $F_{\text{обз}} (\alpha = 0,01; v_1 = 2; v_2 = 9) = 8,02$, то $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$ и потому уравнение незначимо.

Выясним статистическую значимость каждого фактора в уравнении множественной регрессии.

Для этого рассчитаем частные F -статистики.

$$F_{x_1|x_2} = \frac{R_{y_2x_1x_2}^2 - r_{y_2x_2}^2}{1 - R_{y_2x_1x_2}^2} \cdot \frac{n - k - 1}{k} = 0,17$$

Так как $F_{\text{обз}} (\alpha = 0,01; v_1 = 2; v_2 = 9) = 8,02$, то $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$ и следует вывод о нецелесообразности включения в модель фактора x_1 после фактора x_2 .

$$F_{x_2|x_1} = \frac{R_{y_2x_1x_2}^2 - r_{y_2x_1}^2}{1 - R_{y_2x_1x_2}^2} \cdot \frac{n - k - 1}{k} = 2,08$$

Так как $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то следует вывод о нецелесообразности включения в модель фактора x_2 после фактора x_1 .

Результаты расчетов позволяют сделать вывод :

- 1) о незначимости фактора X_1 и нецелесообразности включения его в уравнение регрессии;
- 2) о незначимости фактора X_2 и нецелесообразности включения его в уравнение регрессии.

Задание 3

1. Используя необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определите тип модели.
3. Определите метод оценки параметров модели.
4. Опишите последовательность действий при использовании указанного метода.
5. Результаты оформите в виде пояснительной записки.

Модель денежного и товарного рынков:

$$R_t = a_1 + b_{12} Y_t + b_{14} M_t + e_1,$$

$$Y_t = a_2 + b_{21} R_t + b_{23} I_t + b_{25} G_t + e_2,$$

$$I_t = a_3 + b_{31} R_t + e_3,$$

где

R – процентные ставки;

Y – реальный ВВП;

M – денежная масса;

I – внутренние инвестиции;

G – реальные государственные расходы.

Решение

1. Модель имеет три эндогенные (R_t, Y_t, I_t) и две экзогенные переменные (M_t, G_t).

Проверим необходимое условие идентификации:

1-е уравнение: $D=1, H=2, D+1=H$ - уравнение идентифицировано.

2-е уравнение: $D=1, H=1, D+1=2$ - уравнение сверхидентифицировано.

3-е уравнение: $D=1, H=2, D+1=H$ - уравнение идентифицировано.

Следовательно, необходимое условие идентифицируемости выполнено.

Проверим достаточное условие:

В первом уравнении нет переменных I_t, G_t

Строим матрицу:

I_t	G_t	
2 ур.	b_{23}	b_{23}
3 ур.	0	0

$$\det M = \det \begin{pmatrix} b_{23} & b_{25} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \neq 0, \text{ rank } M = 2.$$

Во втором уравнении нет переменных M_t

$$\det M \neq 0$$

В третьем уравнении нет переменных Y_t, M_t, G_t

Строим матрицу:

$$\det M \neq 0$$

Следовательно, достаточное условие идентифицируемости выполнено.

Система точно идентифицируема.

2. Найдем структурные коэффициенты модели.

Для этого:

Запишем систему в матричной форме, перенеся все эндогенные переменные в левые части системы:

$$R_t - b_{12} Y_t = a_1 + b_{12} M_t$$

$$Y_t - b_{21} R_t - b_{23} I_t = a_2 + b_{25} G_t$$

$$I_t - b_{31} R_t = a_3$$

откуда

$$BY = CX, \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -b_{12} & 0 \\ -b_{21} & 1 & -b_{23} \\ -b_{31} & 0 & 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} R_t \\ Y_t \\ I_t \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} M_t \\ G_t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решаем систему относительно Y : $Y = (B^{-1}C)X$. Найдем

$$B^{-1} = \frac{1}{\det B} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{pmatrix}, \text{ где } B_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ji} -$$

алгебраические дополнения соответствующих элементов матрицы B , M_{ij} – минор, т.е. определитель, полученный из матрицы B вычеркиванием i -й строки и j -го столбца.

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & -b_{12} & 0 \\ -b_{21} & 1 & -b_{23} \\ 0 & -b_{31} & 1 \end{vmatrix} = 1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32} \neq 0$$

$$B_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -b_{23} \\ -b_{32} & 1 \end{vmatrix} = 1 - b_{23}b_{32}, B_{12} = - \begin{vmatrix} -b_{21} & -b_{23} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = b_{21}, B_{13} = \begin{vmatrix} -b_{21} & 1 \\ 0 & -b_{32} \end{vmatrix} = b_{21}b_{32}$$

$$B_{21} = - \begin{vmatrix} -b_{12} & 0 \\ -b_{31} & 1 \end{vmatrix} = b_{12}, B_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1, B_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & -b_{32} \end{vmatrix} = b_{32}$$

$$B_{31} = \begin{vmatrix} -b_{12} & 0 \\ 1 & -b_{23} \end{vmatrix} = b_{12}b_{23}, B_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -b_{21} & -b_{23} \end{vmatrix} = b_{23}, B_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{vmatrix} = 1 - b_{12}b_{21}$$

Поэтому

$$Y = \frac{1}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} \begin{pmatrix} 1 - b_{23}b_{32} & b_{12} & b_{12}b_{23} \\ b_{21} & 1 & b_{23} \\ b_{21}b_{32} & b_{32} & 1 - b_{12}b_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{(1 - b_{23}b_{32})a_{11} + b_{12}b_{23}a_{31}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{(1 - b_{23}b_{32})a_{12} + b_{12}a_{22}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{b_{12}b_{23}a_{33}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} \\ \frac{b_{21}a_{11} + b_{23}a_{31}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{b_{21}a_{12} + a_{22}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{b_{23}a_{33}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} \\ \frac{b_{21}b_{32}a_{11} + (1 - b_{12}b_{21})a_{31}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{b_{21}b_{32}a_{12} + b_{32}a_{22}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} & \frac{(1 - b_{12}b_{21})a_{33}}{1 - b_{12}b_{21} - b_{23}b_{32}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

В данном случае эти коэффициенты можно найти значительно проще. Находим x_3 из второго уравнения приведенной системы и подставим его в первое уравнение этой системы. Тогда первое уравнение системы примет вид: $y_1 = 5y_2 - 13x_1 + 34x_2$, откуда $b_{12} = 5$, $a_{11} = -13$, $a_{12} = 34$. Из третьего уравнения системы находим x_3 и подставляем во второе уравнение системы, получим: $y_2 = 5x_1 - 9,2x_2 + 0,4y_3$, решая его совместно с уравнением $y_1 = 5y_2 - 13x_1 + 34x_2$ и, исключая x_1 , получим $y_2 = \frac{5}{12}y_1 - \frac{13}{30}y_3 - 4,2x_2$. Сравнивая это уравнение со вторым уравнением системы получим $b_{21} = \frac{5}{12}$, $b_{23} = \frac{13}{30}$, $a_{22} = -4,2$. Выражая x_2 из второго уравнения, и подставляя в третье системы (3.2), получим $y_3 = -x_1 + \frac{23}{3}x_2 - \frac{4}{3}y_2$. Сравнивая это уравнение с третьим уравнением системы, получим $a_{31} = -1$, $a_{32} = \frac{23}{3}$, $b_{32} = -\frac{4}{3}$.

Задание 4

Имеются данные за пятнадцать дней по количеству пациентов клиники, прошедших через соответствующие отделения в течение дня. Данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

День	Глазное отделение
1	30
2	22
3	19
4	28
5	24
6	18
7	35
8	29
9	40
10	34
11	31
12	29
13	35
14	23
15	27

Требуется:

1. Определить коэффициенты автокорреляции уровней ряда первого и второго порядка.
2. Обосновать выбор уравнения тренда и определите его параметры.
3. Сделать выводы.
4. Результаты оформить в виде пояснительной записки.

Решение

Определим коэффициент корреляции между рядами y_t и y_{t-1} . Расчеты приведены в таблице 7:

$$\bar{y}_1 = 28,1,$$

$$\bar{y}_2 = 28,4$$

$$r_1 = \frac{99,035}{99,149} = 0,6.$$

ГОД	y_t	y_{t-1}	y_{t-2}	$\frac{y_t}{-y_1}$	$\frac{y_{t-1}}{-y_2}$	$\left(\frac{y_t}{-y_1}\right)^2$	$\left(\frac{y_{t-1}}{-y_2}\right)^2$	$\frac{y_t}{-y_3}$	$\frac{y_{t-2}}{-y_4}$	$\left(\frac{y_t}{-y_3}\right)^2$	$\left(\frac{y_{t-2}}{-y_4}\right)^2$	$(\frac{y_t}{-y_1}) \cdot (\frac{y_{t-1}}{-y_2})$	$(\frac{y_t}{-y_3}) \cdot (\frac{y_{t-2}}{-y_4})$	
1	30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	22	30	-	-6,14	1,64	37,73	2,70	-	-	-	-	10,09	-	
3	19	22	30	-9,14	-6,36	83,59	40,41	-9,36	1,23	87,56	1,51	58,12	11,52	
4	28	19	22	-0,14	-9,36	0,02	87,56	-0,36	-6,77	0,13	45,82	1,34	2,42	
5	24	28	19	-4,14	-0,36	17,16	0,13	-4,36	-9,77	18,98	95,44	1,48	42,57	
6	18	24	28	-10,14	-4,36	102,88	18,98	-10,36	-0,77	107,27	0,59	44,19	7,97	
7	35	18	24	6,86	-10,36	47,02	107,27	6,64	-4,77	44,13	22,75	71,02	31,68	
8	29	35	18	0,86	6,64	0,73	44,13	0,64	-10,77	0,41	115,98	5,69	6,92	
9	40	29	35	11,86	0,64	140,59	0,41	11,64	6,23	135,56	38,82	7,62	72,54	
10	34	40	29	5,86	11,64	34,31	135,56	5,64	0,23	31,84	0,05	68,19	1,30	
11	31	34	40	2,86	5,64	8,16	31,84	2,64	11,23	6,98	126,13	16,12	29,68	
12	29	31	34	0,86	2,64	0,73	6,98	0,64	5,23	0,41	27,36	2,27	3,36	
13	35	29	31	6,86	0,64	47,02	0,41	6,64	2,23	44,13	4,98	4,41	14,82	
14	23	35	29	-5,14	6,64	26,45	44,13	-5,36	0,23	28,70	0,05	34,16	1,24	
15	27	23	35	-1,14	-5,36	1,31	28,70	-1,36	6,23	1,84	38,82	6,12	8,46	
Σ	120	-	-	-	0,00	0,00	547,71	549,21	3,36	0,00	507,94	518,31	330,84	234,47
Средн	8	28,3	28,7											
.		8,14	6	7										
		2												
		8,36												

Результат говорит о заметной зависимости между показателями и наличии во временном ряде линейной тенденции.

Определим коэффициент автокорреляции второго порядка:

$$\bar{y}_3 = 28,36$$

$$\bar{y}_4 = 28,77, r_2 = 0,96$$

Результат подтверждает наличие линейной тенденции. Выбираем линейное уравнение тренда: $\hat{y} = a + bt$.

Параметры определим, используя МНК. Результаты расчетов приведены в табл. 8.

Таблица 8

t	y _t	t ²	y _t ²	t · y _t	t - \bar{t}	(t - \bar{t}) ²	\bar{y}_t	y _t - \bar{y}_t	(y _t - \bar{y}_t) ²
1	30	1	900	30	-7,00	49			
2	22	4	484	44	-6,00	36			
3	19	9	361	57	-5,00	25			
4	28	16	784	112	-4,00	16			
5	24	25	576	120	-3,00	9			
6	18	36	324	108	-2,00	4			
7	35	49	1225	245	-1,00	1			
8	29	64	841	232	0,00	0			
9	40	81	1600	360	1,00	1			
10	34	100	1156	340	2,00	4			
11	31	121	961	341	3,00	9			
12	29	144	841	348	4,00	16			
13	35	169	1225	455	5,00	25			
14	23	196	529	322	6,00	36			
15	27	225	729	405	7,00	49			
Σ	120	424	1240	12536	3519	0	280		
Средн.	8,00	28,27	82,67	835,73	234,6	-	-		

$$b = \frac{\overline{ty_t} - \bar{t} \cdot \bar{y}_t}{\sigma_t^2} = 0,214, \quad a = \bar{y} - b\bar{t} = 28,27 - 0,214 \cdot 8 = 26,56$$

Уравнение тренда примет вид: $\hat{y}_t = 26,56 + 0,214t$, коэффициент корреляции

$$r = b \frac{\sigma_t}{\sigma_{y_t}} = 0,109$$

Расчетное значение критерия Фишера равно $F_{\text{расч.}} = 52,25$,
 $F_{\text{табл.}}(\alpha = 0,01; v_1 = 1; v_2 = 8) = 8,02$,

уравнение статистически значимо и прогноз имеет смысл.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература

Вуколов, Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL / Э.А. Вуколов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФОРУМ, 2013. – 464 с.

Елисеева, И.И. Эконометрика: учебник для студентов вузов / И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Ю.В. Лемешко и др.; под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Проспект, 2014. – 288 с.
Кремер, Н.Ш. Эконометрика: учебник для студентов вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2014. – 328 с. (Золотой фонд российских учебников).
Сигел, Эндрю Ф. Практическая бизнес-статистика: пер. с англ. / Э. Сигел. – 4-е изд. – М.: Вильямс, 2014. – 1051 с.

6.2. Дополнительная литература

Айвазян, С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: учебник для вузов. / С.А. Айвазян – М.: Маркет ДС, 2012. – 104 с.
Доугерти, К. Введение в эконометрику: учебник для студентов вузов, обучающихся по экон. специальностям / К. Доугерти; пер. с англ. О.О. Замкова. – 3-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2012. – 465 с.: ил.
Магнус, Я.Р. Эконометрика: начальный курс: учебник для вузов / Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий. – 7-е изд., испр. – М.: Дело, 2012. – 504 с.
Орлов, А.И. Эконометрика: учебник для студентов вузов / А.И. Орлов. – 4-е изд., доп. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2012. – 572 с.
Плохотников, К.Э. Основы эконометрики в пакете STATISTICA / К.Э. Плохотников. – М.: Вузовский учебник, 2012. – 297 с.
Яновский, Л.П. Введение в эконометрику: учеб. пособие для студентов вузов / Л.П. Яновский, А.Г. Буховец; под ред. Л.П. Яновского. – 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2012. – 256 с.: ил.

7 Перечень ресурсов информационно - телекоммуникационной сети «Интернет»

ЭБС «Юрайт»: <http://www.biblio-online.ru/>

ЭБС «Руконт»: <http://www.rucont.ru/>

Ресурс Цифровые учебные материалы <http://abc.vvsu.ru/> и др.